



HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND
WIRTSCHAFT DRESDEN

Fakultät
Bauingenieurwesen/Architektur

Studiengang:
Bauingenieurwesen

Lehrgebiet:
Stahlbau

Masterarbeit

Biegetorsionstheorie II. Ordnung Eignung von FE-Programmen

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Christian Wolf

Prof. Dr.-Ing. Christian Barth

Bearbeitungszeitraum: WS 2011/ SS 2012

Bearbeiter

Name : Martin Herzog
Geburtsdatum : 06.04.1984
Geburtsort : Großhain



Bildungsweg

2000 - 2003: Berufsausbildung zum Dachdecker
2003 - 2004: Berufstätig als Dachdecker
2004 - 2006: Berufliches Schulzentrum für Elektrotechnik Dresden
Staatlich geprüfter Bautechniker mit Fachhochschulreife
2006 - 2010: HTW Dresden
Diplomstudiengang Bauingenieurwesens
2010 - 2012: HTW Dresden
Masterstudiengang Bauingenieurwesen

Aufgabenstellung

Um das Tragverhalten von Stahlbauteilen richtig erfassen zu können ist es teilweise erforderlich, die Biegetorsionstheorie II. Ordnung anzuwenden. Dies gilt für offene Profile, wenn sie planmäßig durch Torsion und Biegung beansprucht sind. Es gilt aber auch, wenn zu einer planmäßigen Biege- eine unplanmäßige Torsionsbeanspruchung hinzutritt, was beim Biegedrillknicken der Fall ist. Im Rahmen der Masterarbeit wurde untersucht, welche FE-Programme in der Lage sind die Biegetorsionstheorie II. Ordnung für offene Profile richtig abzubilden. Dabei ist auch die aussteifende Wirkung angrenzender Bauteile, wie z.B. der Dachdeckung, zu berücksichtigen.

Theoretische Grundlagen

Stabilitätstheorie

Unter Stabilitätstheorie sind die baustatischen Nachweismethoden zu verstehen, bei denen der Verformungseinfluss unter Druckbeanspruchung beim Tragsicherheitsnachweis berücksichtigt wird. Die Stabilitätsproblematik lässt sich anhand der Analogie eines unverformten Zweigelenkstabes und einer Kugel veranschaulichen. In Abbildung 1-1 sind die drei möglichen Gleichgewichtszustände dargestellt.

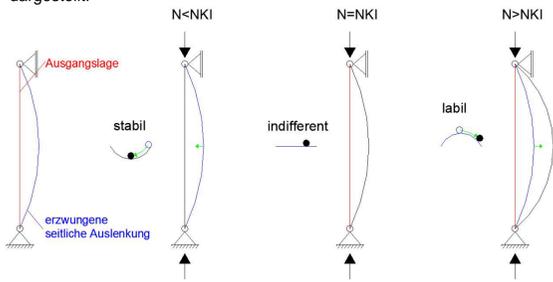


Abbildung 1: Stabilitätsproblematik eines Druckstabes

Im stabilen Zustand kehrt der Stab trotz einer seitlichen Auslenkung in seine Ursprungslage zurück.
Im indifferenten Zustand verbleibt der Stab in irgendeiner unbekannt aber ausgelenkten Lage und kehrt nicht in die Ursprungslage zurück.
Im labilen Zustand werden die Verformungen immer größer und das System versagt.

Biegedrillknicken

Als Biegedrillknicken wird der Stabilitätsfall bezeichnet, bei dem eine primäre Biegeverformung mit einer seitlichen Verschiebung einschließlich der Verdrehung überlagert wird. Im Gegensatz zum Biegeknicken, das nur auftreten kann, wenn Drucknormalkräfte wirken, ist es beim Biegedrillknicken keine zwingende Voraussetzung das äußere Drucknormalkräfte vorhanden sind.

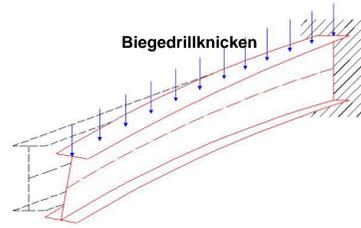


Abbildung 2: Biegedrillknicken eines Kragarms

Im Fall des oben dargestellten Systems treten keine äußeren Drucknormalkräfte auf. Jedoch treten im Untergurt des Systems Drucknormalspannungen infolge des Biegemomentes auf. Folglich versucht sich der Untergurt der Druckbelastung durch ein seitliches Ausweichen zu entziehen.
Dieses sogenannte Ausknicken des druckbeanspruchten Querschnittsteiles kann nicht unabhängig von der anderen Querschnittshälfte geschehen. Folglich müssen sich die beiden Querschnittshälften, aus Verträglichkeitsgründen, um den gleichen Winkel θ verdrehen.

Biegetorsionstheorie II. Ordnung

Im Grunde genommen ist die Biegetorsionstheorie II. Ordnung eine Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung. Dies bedeutet, dass die Schnittgrößen am imperfekten System berechnet werden.

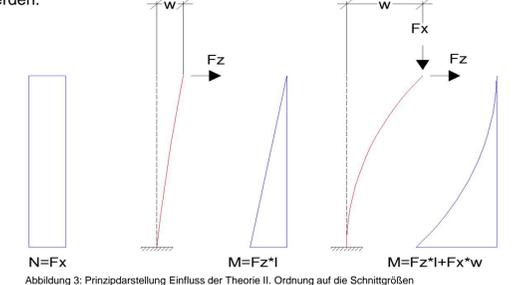


Abbildung 3: Prinzipdarstellung Einfluss der Theorie II. Ordnung auf die Schnittgrößen

Der Zusatz Biegetorsion beschreibt lediglich, dass bei der Berechnung die vollständige Stabtheorie berücksichtigt wird. Dadurch wird die Wölbkrafttorsion (7. Freiheitsgrad) in Rechnung gestellt und somit der Einfluss des Wölbmoments und der Verdrehung sowie der Wölbsteifigkeit auf das System berücksichtigt. Dies macht es außerdem möglich günstig wirkende Effekte, wie zum Beispiel eine Wölbbehinderung durch eine Kopfplatte, mit in die Berechnung einzubeziehen.

Berechnungen und Ergebnisse

Die Untersuchungen zur richtigen Abbildung der Biegetorsionstheorie II. Ordnung wurden mit den Programmen KSTAB - FZ, BTII von Frilo und FE - BDGK von Dlubal durchgeführt. Die Berechnungsgrundlage auf der die Programmrechnung basiert ist die Finite - Elemente - Methode. In einem ersten Schritt wurden einfache Basissysteme untersucht, zu denen in der Literatur relativ exakte Lösungsverfahren vorhanden sind. Basierend auf den Ergebnissen dieser Untersuchungen wurde in einem zweiten Schritt ein Referenzprogramm ausgewählt. Die weiteren Berechnungen fanden an aussteiften Systemen statt, für diese keine exakten analytischen Lösungen vorhanden sind.

Verglichen wurden die Lastvergrößerungsfaktoren und ausgewählte Schnittgrößen. Der Lastvergrößerungsfaktor η_{KI} beschreibt dabei das Eigenwertversagen des Systems. Vom Eigenwertversagen, also von Instabilität, spricht man wenn $\eta_{KI} < 1$ ist.

Basisfall: Einfeldsystem mit Einzellast in Feldmitte



Abbildung 4: Statisches System Einzellast

Die richtige Ermittlung des Systemeigenwertes hängt von verschiedenen Parametern ab. Unter anderem hat der Lastangriffspunkt, die Systemlänge und die Wölbsteifigkeit einen entscheidenden Einfluss.
Für dieses Beispiel wird der Einfluss des Lastangriffspunktes untersucht.

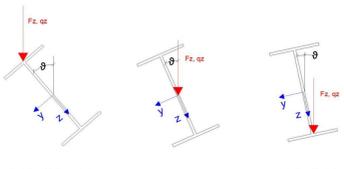


Abbildung 5: Auswirkung Lastangriffspunkt am Querschnitt

Es ist zu erkennen, dass sich der Lastangriffspunkt positiv auf die Biegedrillknickstabilität auswirkt, wenn die Last am Untergurt angreift. Dies muss sich auch in den Berechnungsergebnissen widerspiegeln. Ergebniswerte für η_{KI} :

	η_{KI} nach Kindmann	η_{KI} nach KSTAB - FZ	η_{KI} nach BTII	η_{KI} nach FE - BDGK
η_{KI} zp=-20 cm	1,483	1,466	1,464	1,465
Abweichung [%]	-	1,15	1,28	1,21
η_{KI} zp=-10 cm	1,761	1,755	1,755	1,754
Abweichung [%]	-	0,34	0,34	0,40
η_{KI} zp=0 cm	2,101	2,113	2,109	2,111
Abweichung [%]	-	0,57	0,38	0,48
η_{KI} zp=10 cm	2,507	2,540	2,536	2,539
Abweichung [%]	-	1,32	1,16	1,28
η_{KI} zp=20 cm	2,975	3,036	3,027	3,023
Abweichung [%]	-	2,05	1,75	1,61

Tabelle 1: Vergleich der η_{KI} - Werte

Wie zu erkennen ist, liegen alle Ergebnisse nah beieinander und die Abweichungen betragen weniger als 3%. Die Programmresultate untereinander liegen noch enger zusammen, weshalb davon ausgegangen werden muss, dass die analytische Lösung schon bei diesem einfachen Beispiel an ihre Grenzen gelangt.
Die Biegedrillknickgefahr des Trägers nimmt zu um so weiter sich der Lastangriffspunkt dem Untergurt nähert.

Ausgesteiftes System: Einfeldsystem mit Gleichreckenlast und Einzelfeder

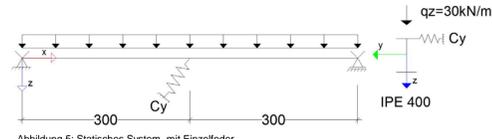
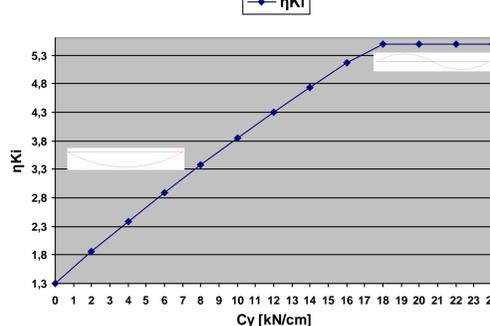


Abbildung 5: Statisches System mit Einzelfeder

Aussteifungen haben einen entscheidenden Einfluss auf die Biegedrillknicksicherheit und auf die Nachweisschnittgrößen der Systeme.
Um dies zu verdeutlichen wird die Wegfedersteifigkeit schrittweise erhöht bis die Grenzfedersteifigkeit Cy^* erreicht ist. Nach dem Erreichen der Grenzfedersteifigkeit schlägt die Systemeigenform von einem einwelligen in einen zweiwelligen antimetrischen Verlauf um.



Alle Programme haben den Lastvergrößerungsfaktor in Abhängigkeit der Federsteifigkeit richtig berechnet und die Grenzfedersteifigkeit $Cy^* = 17,6$ kN/cm ermittelt.

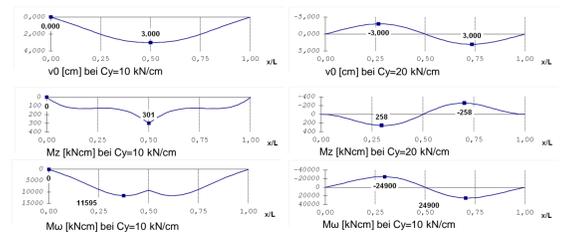
	KSTAB - FZ	BTII	FE - BDGK
η_{KI} $Cy=10$ kN/cm	3,8450	3,8450	3,8450
Abweichung [%]	-	0,00	0,00
η_{KI} $Cy=20$ kN/cm	5,4880	5,4910	5,4840
Abweichung [%]	-	0,05	0,07

Tabelle 2: Vergleich der η_{KI} -Werte

Wird der Lastvergrößerungsfaktor des unausgesteiften Systems betrachtet ($\eta_{KI}=1,303$), so hat sich die Biegedrillknicksicherheit schon bei einer Federsteifigkeit von $Cy=10$ kN/cm um 195,1% erhöht.

An dieser Stelle wird auch deutlich, wie wichtig es ist das System realitätsnah zu berücksichtigen. Gerade im Bereich bevor die Grenzsteifigkeit erreicht ist, hat die Steifigkeit einen entscheidenden Einfluss auf die Biegedrillknicksicherheit. Mit einer Systemgerechten Erfassung der Federsteifigkeit muss ein Unter- bzw. Überschätzen der Biegedrillknicksicherheit vermieden werden.

Die Berechnung der Nachweisschnittgrößen nach der Biegetorsionstheorie II. Ordnung erfolgt am Vorverformten System. Dies bedeutet es müssen geeignete Ersatzimperfektionen angesetzt werden. Systemgerechte Ersatzimperfektionen sollten möglichst eigenformaffin sein. In diesem Beispiel schlägt die Eigenform von einem einwelligen in einen zweiwelligen Verlauf um. Dies hat erhebliche Auswirkungen auf die Nachweisschnittgrößen.



In den oben dargestellten Grafiken sind die Vorverformungen anhand der niedrigsten Eigenform generiert worden. Es ist sehr gut zu erkennen, dass die Vorverformung nach dem Erreichen der Grenzsteifigkeit in einen zweiwelligen Verlauf umschlägt. An den ausgewählten Schnittgrößen lässt sich der enorme Einfluss der Imperfektion auf diese erkennen. Die Schnittgrößenmaxima befinden sich an unterschiedlichen Stellen.

Das Programm BTII ist grundsätzlich nicht in der Lage die Ersatzimperfektion anhand der Eigenform zu bestimmen. Deshalb sollte sich der Anwender grundlegende Gedanken über die Imperfektionen machen. Bei einem solch einfachen Beispiel ist die niedrigste Systemeigenform relativ einfach abzuschätzen. Wird das System komplizierter, so sind gegebenenfalls mehrere Imperfektionen zu untersuchen.

Mit dem Programm FE - BDGK ist es grundsätzlich möglich die Imperfektionen anhand der niedrigsten Systemeigenformen zu bestimmen. Jedoch fand in diesem Beispiel das Umschlagen der Eigenform nicht statt. Dies zeigt, dass sich der Nutzer moderner Programme nicht „blind“ auf die Ergebnisse verlassen sollte. Eine kritische Überprüfung und Plausibilitätskontrolle der Ergebnisse ist unerlässlich.

Mit KSTAB - FZ wurde die Systemeigenform als einziges in diesem Beispiel richtig ermittelt und das automatische Umschlagen fand statt.

Fazit

Der Tragfähigkeitsnachweis für biegedrillknickgefährdete Stahlbauteile nach der Biegetorsionstheorie II. Ordnung ist in 2 Schritte zu unterteilen. Zum einen wird das Eigenwertversagen und zum anderen das Erreichen der Grenztragfähigkeit untersucht. Eigenwertversagen liegt vor, wenn $\eta_{KI} < 1$ ist und sich das System somit im instabilen Zustand befindet. Der Nachweis der Grenztragfähigkeit ist letztendlich ein Spannungsnachweis mit den Nachweisschnittgrößen nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung. Da es verschiedenen Möglichkeiten gibt den Nachweis zu führen (E - E, E - P, TSV) und diese auch in den Programmen zur Anwendung kommen, wurde nur die Schnittgrößenermittlung untersucht. Die Eigenwertberechnung wurde von allen Programmen richtig durchgeführt. Auch durch das Ansetzen verschiedener Aussteifungskonstruktionen und das Verändern der Parameter konnte keine Ungenauigkeit festgestellt werden. Anders sieht es bei der Schnittgrößenermittlung aus. Wie bekannt ist hat der Ansatz der Imperfektion einen entscheidenden Einfluss auf die Schnittgrößen. Die eigentliche Ermittlung der Schnittgrößen stellt für heutige FE - Programme kein Problem dar. BTII ist grundsätzlich nicht in der Lage die Imperfektion anhand der Systemeigenform zu bestimmen und der Anwender muss sich weitreichende Gedanken über die Systemgerechte Imperfektion machen. Die Programme KSTAB - FZ und FE - BDGK sind in der Lage die Vorverformung eigenformaffin zu generieren. Jedoch musste während der Bearbeitung festgestellt werden, dass FE - BDGK die Eigenform im obigen Beispiel falsch ermittelte. KSTAB - FZ hat als einziges Programm die Eigenformen richtig angesetzt. Dies zeigt sehr deutlich, dass sich der Anwender einer solchen Software nicht blind auf die Berechnungsergebnisse verlassen sollte. Alle Berechnungsergebnisse sollten kritisch betrachtet und hinterfragt werden.