

Versuch ET 01 – Grundstromkreis

1 Versuchsziel

Kennenlernen der Strom-Spannungs-Beziehungen und der Leistungsverhältnisse im Grundstromkreis, experimentelle Überprüfung der wichtigsten Berechnungsverfahren linearer Netzwerke.

2 Grundlagen

2.1 Grundstromkreis

2.1.1 Schaltbild und Kennlinien

Der Grundstromkreis ist der einfachste elektrische Stromkreis. Er besteht aus der Zusammenschaltung eines aktiven Zweipols (Quellspannung U_q und Innenwiderstand R_i) und eines passiven Zweipols (Außenwiderstand R_a), vgl. Abbildung 1. Als Grundschaltung der Elektrotechnik ist er von allgemeiner Bedeutung, da sich auch komplizierte Schaltungen auf ihn zurückführen lassen.

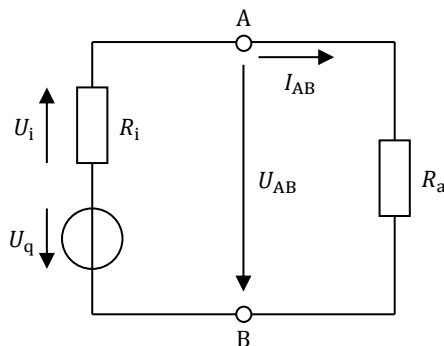


Abbildung 1: Schaltbild des Grundstromkreises

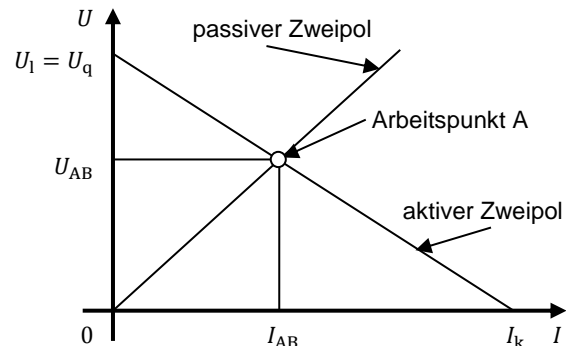


Abbildung 2: U - I -Kennlinie des aktiven und passiven Zweipols

2.1.2 Strom-Spannungs-Beziehungen

Die Beziehung zwischen Strom und Spannung an den Anschlussklemmen AB des passiven Zweipols wird durch das OHMSche Gesetz beschrieben:

$$U_{AB} = R_a \cdot I_{AB} \quad (1)$$

Für den aktiven Zweipol erhält man aus dem Maschensatz

$$U_{AB} = U_q - U_i = U_q - R_i \cdot I_{AB} \quad (2)$$

Die grafische Darstellung beider Kennlinien (Abbildung 2) ergibt im Schnittpunkt den Arbeitspunkt A, dessen Koordinaten den Strom I_{AB} im Kreis und die Spannung U_{AB} zwischen den Anschlussklemmen beim Zusammenschalten beider Zweipole angeben.

Rechnerisch erhält man den Strom I_{AB} und die Spannung U_{AB} im Grundstromkreis aus dem OHMSchen Gesetz bzw. der Spannungsteiler-Regel:

$$I_{AB} = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{U_q}{R_i + R_a} = I_k \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}} \quad \text{mit} \quad I_k = \frac{U_q}{R_i} \quad (\text{Kurzschlussstrom}) \quad (3)$$

$$U_{AB} = U_q \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a} = U_q \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_a}} \quad (4)$$

Je kleiner R_a wird, desto größer wird der Strom I_{AB} und umso mehr nähert er sich dem Kurzschlussstrom I_k . Die Spannung U_{AB} hingegen wächst mit zunehmendem R_a und erreicht bei $R_a \rightarrow \infty$ die Leerlaufspannung $U_l = U_q$.

Kurzschluss:	$R_a = 0$	$U_{AB} = 0$	$I_{AB} = I_k = \frac{U_q}{R_i}$
Leerlauf:	$R_a = \infty$	$U_{AB} = U_l = U_q$	$I_{AB} = 0$

2.1.3 Leistungen im Grundstromkreis

Die von der Spannungsquelle U_q abgegebene Gesamtleistung P_{ges} teilt sich auf in die am Innenwiderstand R_i umgesetzte Verlustleistung P_i und die an den Außenwiderstand R_a abgegebene Nutzleistung P_a .

$$P_{ges} = P_i + P_a \quad (5)$$

Für die Nutzleistung gilt:

$$P_a = U_{AB} \cdot I_{AB} ; \quad (6)$$

unter Beachtung von (3) und (4) kann dafür auch

$$P_a = \frac{U_q^2 \cdot R_a}{(R_i + R_a)^2} = \frac{U_{AB}^2}{R_a} = I_{AB}^2 \cdot R_a \quad (7)$$

geschrieben werden.

Die Nutzleistung P_a ist sowohl für $R_a = 0$ als auch für $R_a = \infty$ gleich Null. Dazwischen durchläuft sie ein Maximum. Durch Differentiation von $\frac{dP_a}{dR_a} = 0$ findet man für die von einem aktiven Zweipol maximal abgebbare Leistung die Bedingung:

$$R_a = R_i . \quad (8)$$

Dieser Fall heißt Leistungsanpassung. Hier beträgt P_a wegen (7) und (8):

$$P_a = P_{a,max} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_i} \quad (9)$$

und es gilt

$$U_{AB} = \frac{U_q}{2} \quad (10) \quad \text{und} \quad I_{AB} = \frac{I_k}{2}. \quad (11)$$

Der Wirkungsgrad η ist definiert als das Verhältnis der abgegebenen zur insgesamt aufgewendeten Leistung:

$$\eta = \frac{P_a}{P_{ges}}. \quad (12)$$

Mit den Leistungen gemäß (5) und (6) sowie

$$P_i = (U_q - U_{AB}) \cdot I_{AB} \quad (13)$$

und unter Beachtung der Spannungsteilerregel für den aus R_i und R_a gebildeten Spannungsteiler ergibt sich aus (12):

$$\eta = \frac{U_{AB}}{U_q} = \frac{R_a}{R_i + R_a}. \quad (14)$$

Folgende charakteristische Gebiete sind zu unterscheiden:

Kurzschlussgebiet:	$R_a \ll R_i$	$P_a \ll P_{a,max}$	$P_i \gg P_a$	$\eta \rightarrow 0$
Anpassung:	$R_a = R_i$	$P_a = P_{a,max}$	$P_i = P_a$	$\eta = 0,5$
Leerlaufgebiet:	$R_a \gg R_i$	$P_a \ll P_{a,max}$	$P_i \ll P_a$	$\eta \rightarrow 1$

2.2 Elektrische Netzwerke

2.2.1 Grundbegriffe

Ein elektrisches Netzwerk entsteht durch Zusammenschalten mehrerer Zweipole. Es enthält

- Knoten (Punkte mit Stromverzweigungen) und
- Zweige (aktive und passive Zweipole zwischen zwei benachbarten Knoten).

Als Maschen bezeichnet man die Aneinanderreihung von Zweigen zu geschlossenen Umläufen.

Grundlage aller Berechnungsmethoden bilden die KIRCHHOFFSchen Sätze:

$$\text{Knotenpunktsatz:} \quad \sum I_v = 0 \quad (15)$$

$$\text{Maschensatz:} \quad \sum U_v = 0 \quad (16)$$

Für lineare Netzwerke (d. h. alle aktiven und passiven Zweipole weisen eine lineare U - I -Kennlinie auf) wurden vereinfachte Berechnungsmethoden abgeleitet, z. B. der HELMHOLTZsche Überlagerungssatz und die Zweipoltheorie.

2.2.2 Berechnung mit Hilfe der KIRCHHOFFSchen Gesetze

Für jedes beliebige Netzwerk mit z Zweigen und k Knotenpunkten liefern die KIRCHHOFFSchen Gesetze $(k - 1)$ Knotenpunktgleichungen und $z - (k - 1)$ Maschengleichungen, die voneinander unabhängig sind. Ersetzt man in den Maschengleichungen die Spannungen durch die Beziehung $U = R \cdot I$, so erhält man ein System von z Gleichungen, in dem die Zweigströme I_v die Variablen sind, und das mit den bekannten Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme gelöst werden kann.

2.2.3 Berechnung mit Hilfe des Überlagerungssatzes von HELMHOLTZ

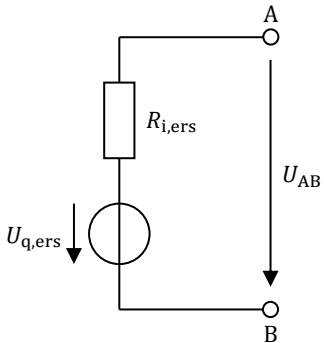
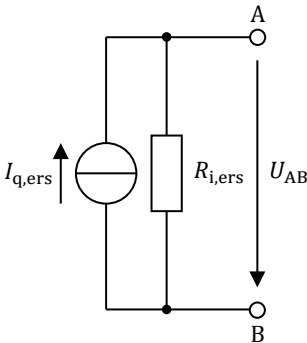
In linearen Netzen lässt sich jeder Zweigstrom auffassen als vorzeichenbehaftete Summe von Teilströmen, wobei jeder Teilstrom von einer Spannungsquelle angetrieben wird und sich so verhält, als wären alle übrigen Spannungsquellen unwirksam (gedankliches Kurzschließen der Spannungsquellen, aber nicht der zugehörigen Innenwiderstände).

2.2.4 Berechnung mit Hilfe der Zweipol-Theorie

Besteht ein Netzwerk nur aus linearen Elementen, so muss sich auch zwischen zwei beliebig herausgegriffenen Punkten A und B eine lineare U - I -Beziehung einstellen. Zur Berechnung eines Zweigstromes kann deshalb der interessierende Zweig herausgeschnitten, das Restnetzwerk durch einen aktiven Zweipol ersetzt und die Schaltung damit auf den Grundstromkreis zurückgeführt werden.

Je nach Aufgabenstellung und Art des Netzwerkes kann die Spannungsquellen- oder Stromquellenersatzschaltung zur Anwendung kommen.

Tabelle 1: Gegenüberstellung der Spannungsquellen-Ersatzschaltung und der Stromquellen-Ersatzschaltung

	Spannungsquellen-Ersatzschaltung	Stromquellen-Ersatzschaltung
Schaltbild		
Berechnung der Ersatzkenngrößen	$U_{q,ers} = U_{I,AB}$ Spannung U_{AB} im Netzwerk bei $R_{AB} \rightarrow \infty$, d. h. Leerlauf) $R_{i,ers}$ = an den Klemmen AB gemessener Widerstand (dabei Quellspannungen gedanklich überbrückt bzw. Stromquellen unterbrochen)	$I_{q,ers} = I_{k,AB}$ Strom I_{AB} im Netzwerk bei $R_{AB} = 0$, d. h. Kurzschluss)
Anwendungsbereich	Leistungselektronik	Informationstechnik

3 Versuchsvorbereitung

3.1 Aktive und passive Zweipole

Für einen aktiven Zweipol werden nacheinander durch Anschluss zweier verschiedener Widerstände R_1 und R_2 folgende Wertepaare gemessen:

$$\text{mit } R_1: \quad U_1 = 6,5 \text{ V} \quad I_1 = 0,5 \text{ A}$$

$$\text{mit } R_2: \quad U_2 = 3,5 \text{ V} \quad I_2 = 1,5 \text{ A}$$

Bestimmen Sie die Widerstände R_1 und R_2 sowie die Kenngrößen U_q , I_k und R_i des aktiven Zweipols!

3.2 Abgegebene Leistung des aktiven Zweipols

Stellen Sie grafisch die von obigem aktiven Zweipol abgegebene Leistung P_a in Abhängigkeit vom Widerstand $R_a = (0 \dots 15) \Omega$ dar!

3.3 Anwendung des HELMHOLTZschen Überlagerungssatzes

Bestimmen Sie nach dem HELMHOLTZschen Überlagerungssatz (siehe 2.2.3) den Strom I_{AB} in nachstehendem Netzwerk!

$$U_{q1} = U_{q2} = U_{q3} = 10 \text{ V}, \quad R_1 = \dots = R_8 = 2 \Omega$$

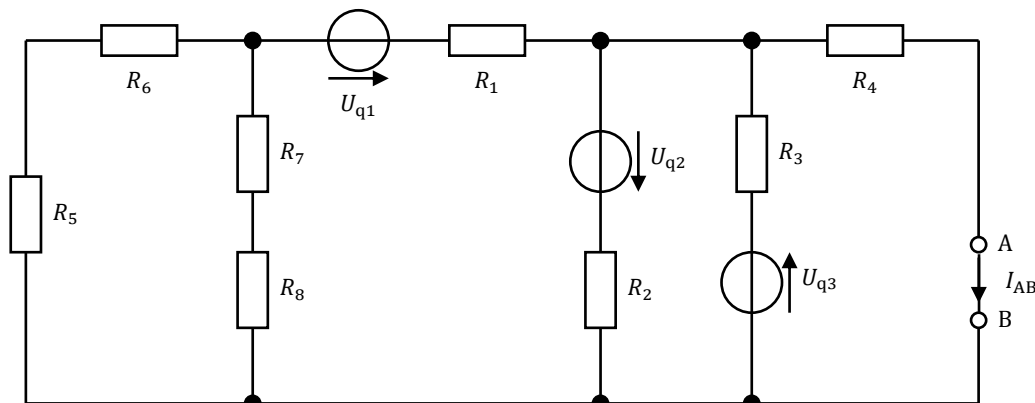


Abbildung 3: Netzwerk für die Untersuchung des HELMHOLTZschen Überlagerungssatzes

Hinweis: Es ist zweckmäßig die Methode der Ersatzzweipole zu benutzen! Bestimmen Sie dazu den Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ zwischen den Klemmen A – B und für die Fälle der einzelnen Spannungsquellen U_{qv} die Ersatzleerlaufspannungen U_{lv} ! Zur Bestimmung der Teilströme I_{ABv} berechnen Sie die Ströme durch die kurzgeschlossenen Klemmen A – B!

4 Versuchsdurchführung

4.1 Kennlinie des aktiven Zweipols

Nehmen Sie nach Schaltung 1 die Strom-Spannungs-Kennlinie des aktiven Zweipols auf!

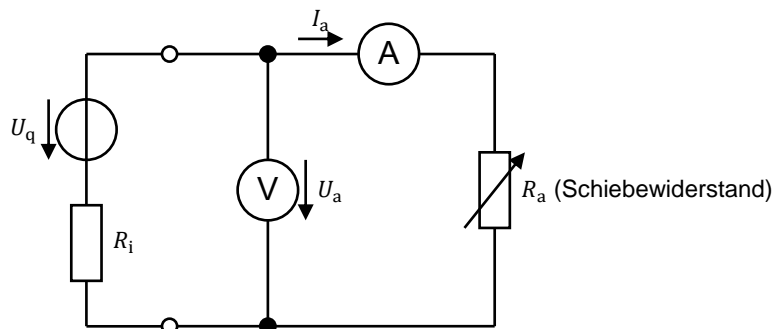


Abbildung 4: Schaltung 1

Bestimmen Sie aus dieser die Kenngrößen $U_q = U_1$, I_k und R_i .

Hinweis: Verwenden Sie das Gerät **METHRAHIT TECH** für Strommessungen!

4.2 Strom, Spannung und Leistung am Grundstromkreis

4.2.1 Strom- und Spannungskennlinien des Grundstromkreises

Messen Sie nach Schaltung 2 die Größen I_a und U_a in Abhängigkeit vom Widerstand R_a und stellen Sie die normierten Kennlinien $\frac{U_a}{U_1} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$ und $\frac{I_a}{I_k} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$ gemeinsam sowohl mit linearem als auch mit einfach-logarithmischem Abszissenachsenmaßstab dar! (Ordinate jeweils linear dargestellt)

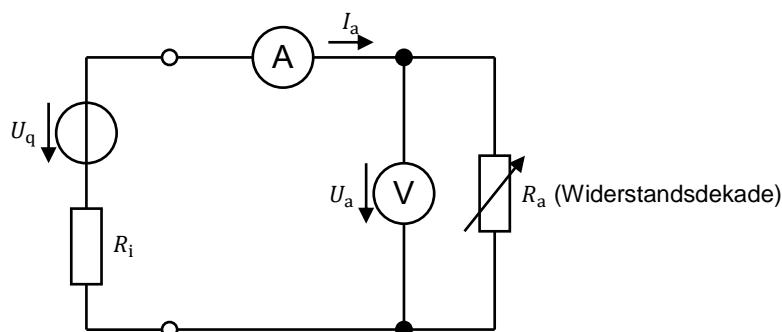


Abbildung 5: Schaltung 2

Wählen Sie für den Widerstand

$$R_a = (0,125; 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8; 16) \cdot R_i = (2^{-3}; 2^{-2}; 2^{-1}; 2^0; 2^1; 2^2; 2^3; 2^4) \cdot R_i!$$

4.2.2 Leistungsverhältnisse im Grundstromkreis

Berechnen Sie aus den Messwerten für I_a , U_a , I_k und U_1 die auf die Kurzschlussleistung $P_k = U_1 \cdot I_k$ bezogenen Leistungskurven $\frac{P_a}{P_k}$, $\frac{P_i}{P_k}$ und $\frac{P_{ges}}{P_k}$ sowie den Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von $\frac{R_a}{R_i}$ und stellen Sie diese Funktionen grafisch dar.

Welche maximale Leistung kann der untersuchte aktive Zweipol abgeben?

Hinweis: Stellen Sie die geforderten Funktionen zunächst allgemein auf (Formeln angeben)! Benutzen Sie dabei für die Berechnung der Leistungen die oben angegebene Beziehung für die Kurzschlussleistung sowie die Gleichungen (5), (6) und (13).

4.3 Analyse eines Netzwerkes

Verwenden Sie das Netzwerk am Versuchsplatz so, dass es Abbildung 6 entspricht.

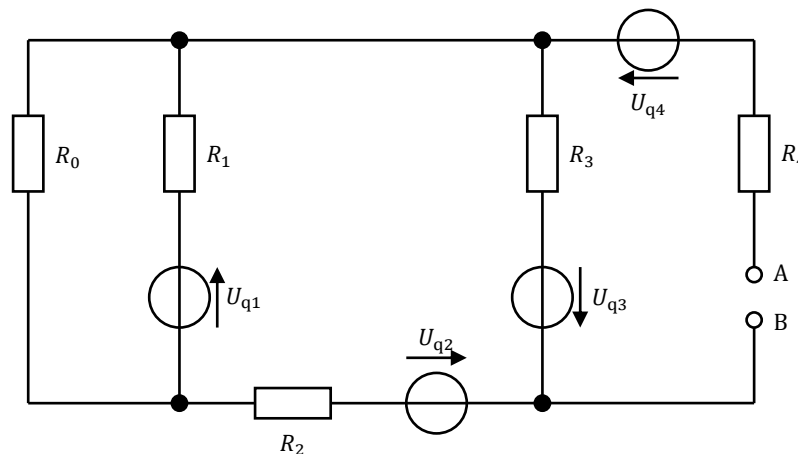


Abbildung 6: Netzwerk für die Untersuchung des HELMHOLTZschen Überlagerungssatzes

4.3.1 Widerstände

Messen Sie mit dem Digitalmultimeter die Einzelwiderstände des Netzwerkes und den Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ bei überbrückten Quellspannungen!

Kontrollieren Sie den gemessenen Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ durch Berechnung aus den Einzelwiderständen!

4.3.2 Quellspannungen

Messen Sie die Quellenspannungen U_{qv} aller Spannungsquellen und die Leerlaufspannung $U_{I,AB}$ des Netzwerkes!

4.3.3 Berechnung des Zweigstroms I_{AB}

Berechnen Sie nach dem Überlagerungssatz den Zweigstrom I_{AB} im untersuchten Netzwerk! Nutzen Sie dazu die Vorgehensweise aus Vorbereitungsaufgabe 3.3!

4.3.4 Messung der Teilzweigströme I_{ABv} und des Zweigstroms I_{AB}

Überprüfen Sie die Anwendbarkeit des Überlagerungssatzes durch Messung der von den einzelnen Quellenspannungen U_{qv} hervorgerufenen Teilzweigströme I_{ABv} und des Gesamtzweigstromes I_{AB} !

Vergleichen Sie die Messergebnisse für die Teilzweigströme und den Gesamtzweigstrom mit den in 4.3.3 errechneten Werten!

5 Literatur

- [1] S. Altmann, D. Schlayer, Lehr- und Übungsbuch Elektrotechnik, Fachbuchverlag Leipzig - Köln, 1995.
- [2] W.-E. Büttner, Grundlagen der Elektrotechnik 1, Oldenbourg Verlag München - Wien, 2004.

6 Anhang

6.1 Geräteliste

- 1 aktiver Zweipol
- 1 Netzwerk
- 1 Stellwiderstand 0 - 100 Ω , 1,8 A
- 1 Widerstandsdekade MA 2115
- 1 Digital-Multimeter (**METRAHIT TECH, für Strommessungen verwenden!**)
- 1 Digital-Multimeter (ISO TECH IDM 99II)

6.2 Funktionspapiere

- 1 Blatt einfach-logarithmisches Papier mit drei Dekaden logarithmischen Achsenmaßstabs auf der Abszissenachse

Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden
Fakultät Elektrotechnik



10

10

10

10

