

Experiment ET 01 – Fundamental Electric Circuit | Grundstromkreis

1 Object of the experiment | Versuchsziel

Getting to know the relations between current and voltage as well as electrical power in the fundamental electric circuit. Experimental validation of basic calculation methods in linear networks.

Kennenlernen der Strom-Spannungs-Beziehungen und der Leistungsverhältnisse im Grundstromkreis, experimentelle Überprüfung der wichtigsten Berechnungsverfahren linearer Netzwerke.

2 Basics | Grundlagen

2.1 Fundamental circuit | Grundstromkreis

2.1.1 Schematic and characteristic | Schaltbild und Kennlinien

The fundamental circuit is the simplest electrical circuit. It consists of an interconnection of an active two-terminal network (source voltage U_q and internal resistance R_i) and a passive two-terminal network (load resistance R_a), cf. Figure 1. As a basic circuit it is of fundamental importance for electrical engineering because more complex circuits can be reduced to this fundamental circuit.

Der Grundstromkreis ist der einfachste elektrische Stromkreis. Er besteht aus der Zusammenschaltung eines aktiven Zweipols (Quellspannung U_q und Innenwiderstand R_i) und eines passiven Zweipols (Außenwiderstand R_a), vgl. Figure 1. Als Grundschialtung der Elektrotechnik ist er von allgemeiner Bedeutung, da sich auch komplizierte Schaltungen auf ihn zurückführen lassen.

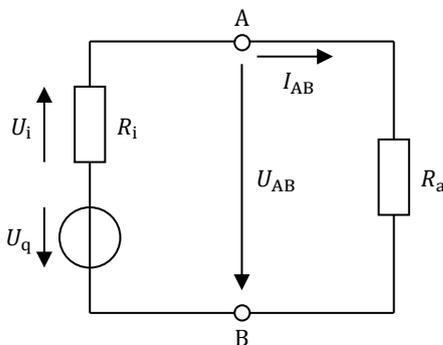


Figure 1: Schematic of the fundamental circuit | Schaltbild des Grundstromkreises

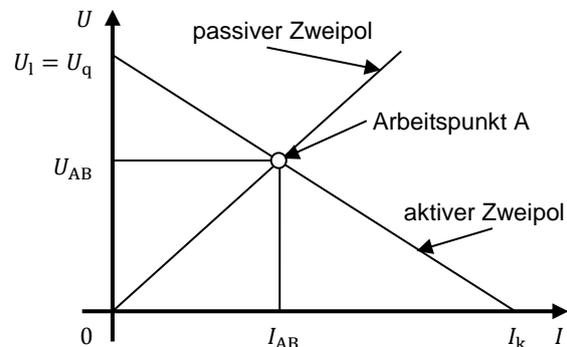


Figure 2: Current-voltage characteristic of the active and passive two-terminal network | U-I-Kennlinie des aktiven und passiven Zweipols

2.1.2 Current-voltage relationship | Strom-Spannungs-Beziehungen

The relationship between current and voltage at the terminals AB of the passive two-terminal network is described by OHM's law:

$$U_{AB} = R_a \cdot I_{AB}. \quad (1)$$

For the active two-terminal network one obtains by means of the mesh rule

$$U_{AB} = U_q - U_i = U_q - R_i \cdot I_{AB}. \quad (2)$$

The plot of both curves (Figure 2) yields the operating point A in the intersection of the curves. Its coordinates are given by the current I_{AB} through the circuit and the voltage U_{AB} between the two terminals when connecting the two networks.

Mathematically one obtains the current I_{AB} and the voltage U_{AB} in the fundamental circuit by means of OHM's law and the voltage divider rule, respectively:

$$I_{AB} = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{U_q}{R_i + R_a} = I_k \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}} \quad \text{with} \quad I_k = \frac{U_q}{R_i} \quad (\text{short-circuit current | Kurzschlussstrom}) \quad (3)$$

$$U_{AB} = U_q \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a} = U_q \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_a}} \quad (4)$$

The smaller R_a becomes, the bigger is the current I_{AB} and the more it converges to the short circuit current I_k . Inversely, the voltage U_{AB} increases with higher R_a and approaches the no-load voltage $U_1 = U_q$ for $R_a \rightarrow \infty$.

Die Beziehung zwischen Strom und Spannung an den Anschlussklemmen AB des passiven Zweipols wird durch das OHMsche Gesetz beschrieben:

Für den aktiven Zweipol erhält man aus dem Maschensatz

Die grafische Darstellung beider Kennlinien (Figure 2) ergibt im Schnittpunkt den Arbeitspunkt A, dessen Koordinaten den Strom I_{AB} im Kreis und die Spannung U_{AB} zwischen den Anschlussklemmen beim Zusammenschalten beider Zweipole angeben.

Rechnerisch erhält man den Strom I_{AB} und die Spannung U_{AB} im Grundstromkreis aus dem OHMschen Gesetz bzw. der Spannungsteiler-Regel:

Je kleiner R_a wird, desto größer wird der Strom I_{AB} und umso mehr nähert er sich dem Kurzschlussstrom I_k . Die Spannung U_{AB} hingegen wächst mit zunehmendem R_a und erreicht bei $R_a \rightarrow \infty$ die Leerlaufspannung $U_1 = U_q$.

Short circuit Kurzschluss:	$R_a = 0$	$U_{AB} = 0$	$I_{AB} = I_k = \frac{U_q}{R_i}$
Open circuit Leerlauf:	$R_a = \infty$	$U_{AB} = U_1 = U_q$	$I_{AB} = 0$

2.1.3 Power in the fundamental circuit | Leistungen im Grundstromkreis

The total electric power P_{ges} supplied by the ideal voltage source U_q is divided into the power dissipation P_i at the inner resistance R_i and the output power P_a at the load resistance R_a .

$$P_{\text{ges}} = P_i + P_a \quad (5)$$

For the actual output power it is valid:

$$P_a = U_{AB} \cdot I_{AB} ; \quad (6)$$

with (3) und (4) this can also be expressed as

$$P_a = \frac{U_q^2 \cdot R_a}{(R_i + R_a)^2} = \frac{U_{AB}^2}{R_a} = I_{AB}^2 \cdot R_a \quad (7)$$

The actual output power P_a becomes equal to zero for $R_a = 0$ as well as for $R_a = \infty$. Between those two points it runs through a maximum. By means of differentiation $\frac{dP_a}{dR_a} = 0$ one obtains the condition for the maximum exchangeable power of an active two-terminal circuit:

$$R_a = R_i . \quad (8)$$

This case is called matching. Due to (7) and (8) P_a becomes:

$$P_a = P_{a,\text{max}} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_i} \quad (9)$$

and it holds

$$U_{AB} = \frac{U_q}{2} \quad (10)$$

The efficiency η is defined as ratio between the output power and the overall spent power:

$$\eta = \frac{P_a}{P_{\text{ges}}} . \quad (12)$$

With the expressions (5) and (6) as well as

$$P_i = (U_q - U_{AB}) \cdot I_{AB} \quad (13)$$

Die von der Spannungsquelle U_q abgegebene Gesamtleistung P_{ges} teilt sich auf in die am Innenwiderstand R_i umgesetzte Verlustleistung P_i und die an den Außenwiderstand R_a abgegebene Nutzleistung P_a .

Für die Nutzleistung gilt:

unter Beachtung von (3) und (4) kann dafür auch

geschrieben werden.

Die Nutzleistung P_a ist sowohl für $R_a = 0$ als auch für $R_a = \infty$ gleich Null. Dazwischen durchläuft sie ein Maximum. Durch Differentiation von $\frac{dP_a}{dR_a} = 0$ findet man für die von einem aktiven Zweipol maximal abgebbare Leistung die Bedingung:

Dieser Fall heißt Leistungsanpassung. Hier beträgt P_a wegen (7) und (8):

und es gilt

$$\text{and} \quad I_{AB} = \frac{I_k}{2} . \quad (11)$$

Der Wirkungsgrad η ist definiert als das Verhältnis der abgegebenen zur insgesamt aufgewendeten Leistung:

and considering the voltage divider rule for the voltage divider formed by R_i und R_a one obtains from (12):

$$\eta = \frac{U_{AB}}{U_q} = \frac{R_a}{R_i + R_a}. \quad (14)$$

und unter Beachtung der Spannungsteilerregel für den aus R_i und R_a gebildeten Spannungsteiler ergibt sich aus (12):

The following characteristic regions have to be distinguished:

Folgende charakteristische Gebiete sind zu unterscheiden:

Short circuit Kurzschlussgebiet:	$R_a \ll R_i$	$P_a \ll P_{a,max}$	$P_i \gg P_a$	$\eta \rightarrow 0$
Matching Anpassung:	$R_a = R_i$	$P_a = P_{a,max}$	$P_i = P_a$	$\eta = 0,5$
Open circuit Leerlaufgebiet:	$R_a \gg R_i$	$P_a \ll P_{a,max}$	$P_i \ll P_a$	$\eta \rightarrow 1$

2.2 Electrical networks | Elektrische Netzwerke

2.2.1 Fundamental terms | Grundbegriffe

An electrical network is built by interconnecting several two-terminal networks. It consists of

Ein elektrisches Netzwerk entsteht durch Zusammenschalten mehrerer Zweipole. Es enthält

- nodes (places where current divides) and
- branches (active and passive two-terminal networks between two adjacent nodes).

- Knoten (Punkte mit Stromverzweigungen) und
- Zweige (aktive und passive Zweipole zwischen zwei benachbarten Knoten).

Sequences of branches which form a closed loop are called meshes.

Als Maschen bezeichnet man die Aneinanderreihung von Zweigen zu geschlossenen Umläufen.

The foundation of all calculation methods is given by KIRCHHOFF's laws:

Grundlage aller Berechnungsmethoden bilden die KIRCHHOFF'schen Sätze:

KIRCHHOFF's current law (KCL) or nodal rule | Knotenpunktsatz: $\sum I_v = 0$ (15)

KIRCHHOFF's voltage law (KVL) or mesh rule | Maschensatz: $\sum U_v = 0$ (16)

For linear networks (i.e. all active and passive two-terminal networks offer a linear voltage-current-characteristic) simplified calculation methods have been developed, e.g. the superposition theorem by HELMHOLTZ and the two-terminal theory (THÉVENIN's theorem).

Für lineare Netzwerke (d. h. alle aktiven und passiven Zweipole weisen eine lineare U - I -Kennlinie auf) wurden vereinfachte Berechnungsmethoden abgeleitet, z. B. der HELMHOLTZ'sche Überlagerungssatz und die Zweipoltheorie.

2.2.2 Calculation by means of KIRCHHOFF's laws | Berechnung mit Hilfe der KIRCHHOFF'schen Gesetze

For any given network with z branches and k nodes KIRCHHOFF's laws deliver $(k - 1)$ nodal point equations and $z - (k - 1)$ mesh equations, which are independent from each other. By replacing the voltage in the mesh equations by the relation $U = R \cdot I$, one obtains a system of z equations with the branch currents I_v as variables. This system can be solved by means of the known methods for solving linear equation systems.

Für jedes beliebige Netzwerk mit z Zweigen und k Knotenpunkten liefern die KIRCHHOFF'schen Gesetze $(k - 1)$ Knotenpunktgleichungen und $z - (k - 1)$ Maschengleichungen, die voneinander unabhängig sind. Ersetzt man in den Maschengleichungen die Spannungen durch die Beziehung $U = R \cdot I$, so erhält man ein System von z Gleichungen, in dem die Zweigströme I_v die Variablen sind, und das mit den bekannten Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme gelöst werden kann.

2.2.3 Calculation by means of the superposition principle by HELMHOLTZ | Berechnung mit Hilfe des Überlagerungssatzes von HELMHOLTZ

In linear networks each branch current may be regarded as the signed sum of partial currents, whereby each partial current is driven by one voltage source in case that all other voltage sources are inoperative (short-circuit of each voltage source, but not of the related inner resistance).

In linearen Netzen lässt sich jeder Zweigstrom auffassen als vorzeichenbehaftete Summe von Teilströmen, wobei jeder Teilstrom von einer Spannungsquelle angetrieben wird und sich so verhält, als wären alle übrigen Spannungsquellen unwirksam (gedankliches Kurzschließen der Spannungsquellen, aber nicht der zugehörigen Innenwiderstände).

2.2.4 Calculation by means of THÉVENIN's theorem | Berechnung mit Hilfe der Zweipol-Theorie

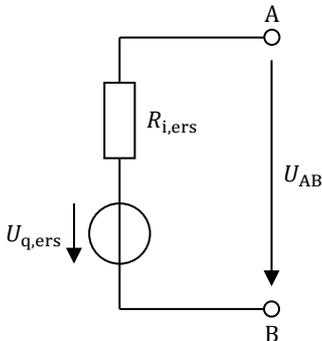
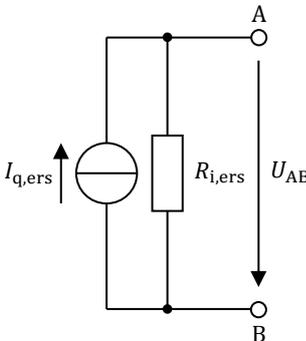
If a network only consists of linear elements, a linear U - I -characteristic will be established between two arbitrarily chosen points A and B. Thus for calculating a branch current the branch under interest can be "cut out" and the remaining network may be replaced by an active two-terminal network. Thereby the circuit is reduced to the fundamental circuit.

Besteht ein Netzwerk nur aus linearen Elementen, so muss sich auch zwischen zwei beliebig herausgegriffenen Punkten A und B eine lineare U - I -Beziehung einstellen. Zur Berechnung eines Zweigstromes kann deshalb der interessierende Zweig herausgeschnitten, das Restnetzwerk durch einen aktiven Zweipol ersetzt und die Schaltung damit auf den Grundstromkreis zurückgeführt werden.

Depending on the problem definition and the kind of network under consideration, the voltage source or the current source equivalent circuit can be applied.

Je nach Aufgabenstellung und Art des Netzwerkes kann die Spannungsquellen- oder Stromquellenersatzschaltung zur Anwendung kommen.

Table 1: Comparison between voltage source and current source equivalent circuit | Gegenüberstellung der Spannungsquellen-Ersatzschaltung und der Stromquellen-Ersatzschaltung

	Voltage source equivalent network Spannungsquellen-Ersatzschaltung	Current source equivalent network Stromquellen-Ersatzschaltung
Schematic Schaltbild		
Calculation of the equivalent parameters Berechnung der Ersatzkenngrößen	$U_{q,ers} = U_{I,AB}$ <p>Voltage U_{AB} in network for $R_{AB} \rightarrow \infty$ (open circuit) Spannung U_{AB} im Netzwerk bei $R_{AB} \rightarrow \infty$, (Leerlauf)</p> <p>$R_{i,ers}$... measured resistance between terminals AB (voltage sources bridged, current sources opened) an Klemmen AB gemessener Widerstand (dabei Quellspannungen gedanklich überbrückt bzw. Stromquellen unterbrochen)</p>	$I_{q,ers} = I_{k,AB}$ <p>Current I_{AB} in network for $R_{AB} = 0$ (short circuit) Strom I_{AB} im Netzwerk bei $R_{AB} = 0$ (Kurzschluss)</p>
Field of application Anwendungsbereich	power electronics Leistungselektronik	information technology Informationstechnik

3 Preparation of experiment | Versuchsvorbereitung

3.1 Active and passive two-terminal networks | Aktive und passive Zweipole

An active two-terminal network is interconnected with two different load resistances R_1 and R_2 one after the other. The following pairs of values are measured:

with R_1 : $U_1 = 6,5 \text{ V}$

$I_1 = 0,5 \text{ A}$

with R_2 : $U_2 = 3,5 \text{ V}$

$I_2 = 1,5 \text{ A}$

Identify the values of the resistances R_1 and R_2 as well as the parameters of the active two-terminal network U_q , I_k and R_i !

Für einen aktiven Zweipol werden nacheinander durch Anschluss zweier verschiedener Widerstände R_1 und R_2 folgende Wertepaare gemessen:

Bestimmen Sie die Widerstände R_1 und R_2 sowie die Kenngrößen U_q , I_k und R_i des aktiven Zweipols!

3.2 Delivered power of the active two-terminal network | Abgegebene Leistung des aktiven Zweipols

Plot the delivered output power P_a of the active two-terminal network given above as a function of the load resistance $R_a = (0 \dots 15) \Omega$!

Stellen Sie grafisch die von obigem aktiven Zweipol abgegebene Leistung P_a in Abhängigkeit vom Widerstand $R_a = (0 \dots 15) \Omega$ dar!

3.3 Application of the superposition principle by HELMHOLTZ | Anwendung des HELMHOLTZschen Überlagerungssatzes

Calculate the current I_{AB} in the following network by means of the superposition principle (cf. 2.2.3)!

Bestimmen Sie nach dem HELMHOLTZschen Überlagerungssatz (siehe 2.2.3) den Strom I_{AB} in nachstehendem Netzwerk!

$$U_{q1} = U_{q2} = U_{q3} = 10 \text{ V}, \quad R_1 = \dots = R_8 = 2 \Omega$$

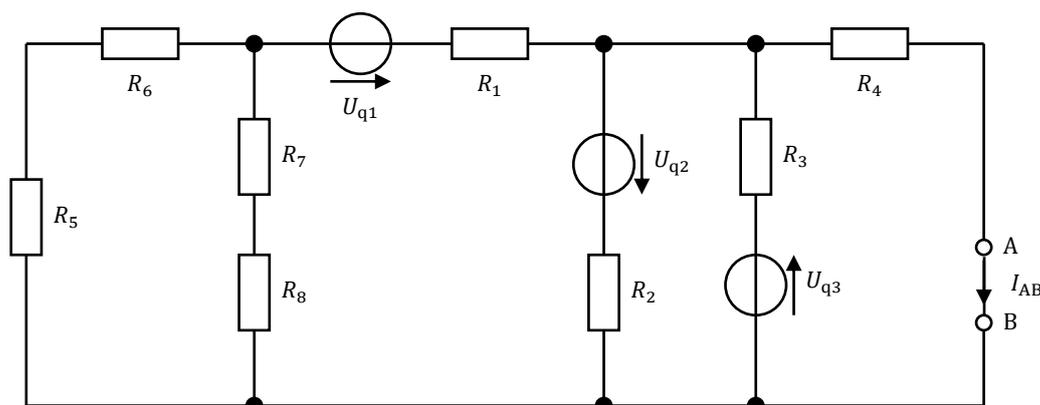


Figure 3: Network for investigation of superposition principle by HELMHOLTZ | Netzwerk für die Untersuchung des HELMHOLTZschen Überlagerungssatzes

Hint:

It is appropriate to use the method of equivalent two-terminal networks! For this purpose identify the equivalent inner resistance $R_{i,ers}$ between the terminals A – B and the equivalent no-load voltages U_{lv} for the different voltage sources U_{qv} ! For determination of the partial currents I_{ABv} calculate the currents through the short-circuited terminals A – B!

Hinweis:

Es ist zweckmäßig die Methode der Ersatzzweipole zu benutzen! Bestimmen Sie dazu den Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ zwischen den Klemmen A – B und für die Fälle der einzelnen Spannungsquellen U_{qv} die Ersatzleerlaufspannungen U_{lv} ! Zur Bestimmung der Teilströme I_{ABv} berechnen Sie die Ströme durch die kurzgeschlossenen Klemmen A – B!

4 Experimental procedure | Versuchsdurchführung

4.1 Characteristic of the active two-terminal network | Kennlinie des aktiven Zweipols

Record the current-voltage characteristic of the active two-terminal network according to circuit 1!

Nehmen Sie nach Schaltung 1 die Strom-Spannungs-Kennlinie des aktiven Zweipols auf!

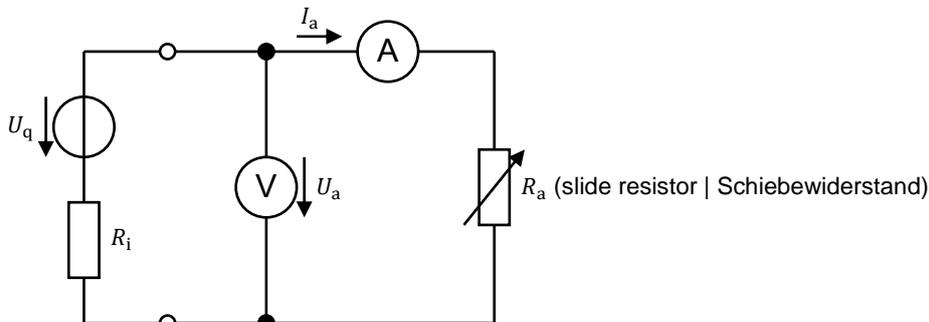


Figure 4: Circuit 1 | Schaltung 1

Based on this characteristic determine the parameters $U_q = U_1$, I_k and R_i .

Bestimmen Sie aus dieser die Kenngrößen $U_q = U_1$, I_k und R_i .

Hint:

Use the measurement device **METRAHIT TECH** for current measurement!

Hinweis:

Verwenden Sie das Gerät **METHRAHIT TECH** für Strommessungen!

4.2 Current, voltage and power in the fundamental circuit | Strom, Spannung und Leistung am Grundstromkreis

4.2.1 Current- and voltage characteristics | Strom- und Spannungskennlinien

Measure the quantities I_a and U_a in dependency of the resistance R_a according to circuit 2. Plot both normalized characteristics $\frac{U_a}{U_1} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$ and $\frac{I_a}{I_k} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$ with linear and with simple-logarithmic scale of the abscissa! (Ordinate in each case with linear scale)

Messen Sie nach Schaltung 2 die Größen I_a und U_a in Abhängigkeit vom Widerstand R_a und stellen Sie die normierten Kennlinien $\frac{U_a}{U_1} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$ und $\frac{I_a}{I_k} = f\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$ sowohl mit linearem als auch mit einfach-logarithmischem Abszissenachsenmaßstab dar! (Ordinate jeweils linear dargestellt)

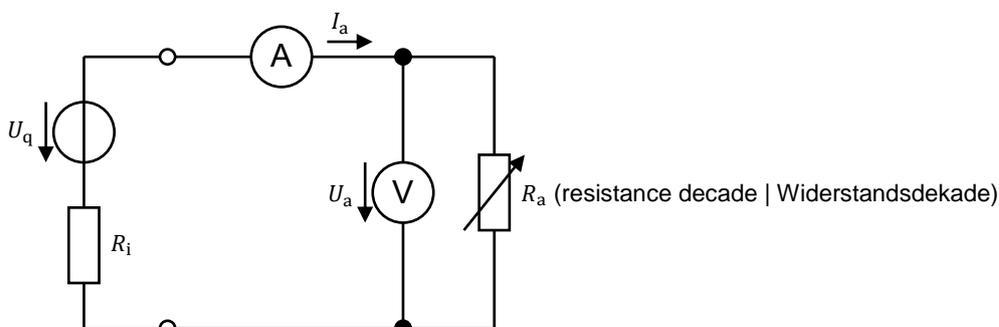


Figure 5: Circuit 2 | Schaltung 2

Choose for the resistances

$$R_a = (0,125; 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8; 16) \cdot R_i \text{ rebl.}$$

$$R_a = (2^{-3}; 2^{-2}; 2^{-1}; 2^0; 2^1; 2^2; 2^3; 2^4) \cdot R_i!$$

Wählen Sie für den Widerstand

$$R_a = (0,125; 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8; 16) \cdot R_i \text{ bzw.}$$

$$R_a = (2^{-3}; 2^{-2}; 2^{-1}; 2^0; 2^1; 2^2; 2^3; 2^4) \cdot R_i!$$

4.2.2 Power relations in the fundamental circuit | Leistungsverhältnisse im Grundstromkreis

Calculate based on the measured values I_a , U_a , I_k and U_l the short-circuit power $P_k = U_l \cdot I_k$ and the normalized power characteristics $\frac{P_a}{P_k}$, $\frac{P_i}{P_k}$ and $\frac{P_{ges}}{P_k}$ as well as the efficiency η in dependency from $\frac{R_a}{R_i}$. Plot these functions.

Which maximum power can be delivered by the analyzed active two-terminal network?

Hint:

At first calculate the wanted functions in general terms (provide formulas)!

Use the relations for the short-circuit power and equations (5), (6) und (13) for calculating the power.

Berechnen Sie aus den Messwerten für I_a , U_a , I_k und U_l die auf die Kurzschlussleistung $P_k = U_l \cdot I_k$ bezogenen Leistungskurven $\frac{P_a}{P_k}$, $\frac{P_i}{P_k}$ und $\frac{P_{ges}}{P_k}$ sowie den Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von $\frac{R_a}{R_i}$ und stellen Sie diese Funktionen grafisch dar.

Welche maximale Leistung kann der untersuchte aktive Zweipol abgeben?

Hinweis:

Stellen Sie die geforderten Funktionen zunächst allgemein auf (Formeln angeben)! Benutzen Sie dabei für die Berechnung der Leistungen die oben angegebene Beziehung für die Kurzschlussleistung sowie die Gleichungen (5), (6) und (13).

4.3 Analysis of a network | Analyse eines Netzwerkes

Utilize the network at the test bench in such a manner that it is in accordance to Figure 6.

Verwenden Sie das Netzwerk am Versuchstisch so, dass es Figure 6 entspricht.

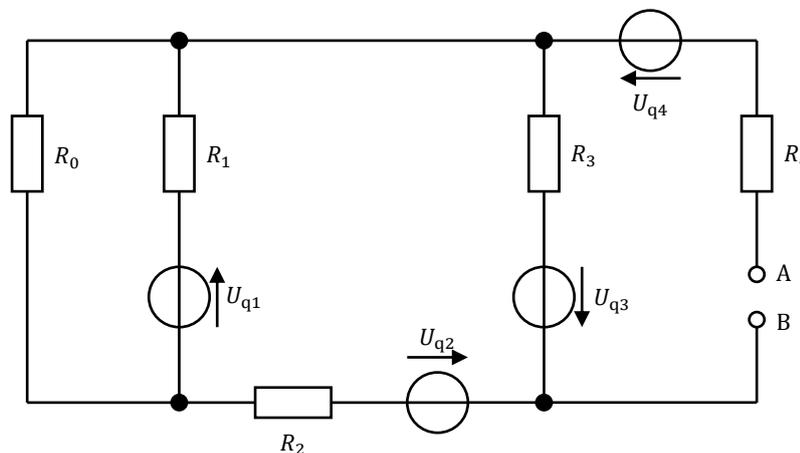


Figure 6: Network for investigation of superposition principle by HELMHOLTZ | Netzwerk für die Untersuchung des HELMHOLTZschen Überlagerungssatzes

4.3.1 Resistors | Widerstände

Measure the separate resistances of the network and the equivalent inner resistance $R_{i,ers}$ for bridged/bypassed source voltages by means of the digital multimeter!

Messen Sie mit dem Digitalmultimeter die Einzelwiderstände des Netzwerkes und den Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ bei überbrückten Quellspannungen!

Check the measured equivalent inner resistance $R_{i,ers}$ by calculating the separate resistances!

Kontrollieren Sie den gemessenen Ersatzinnenwiderstand $R_{i,ers}$ durch Berechnung aus den Einzelwiderständen!

4.3.2 Voltage sources | Quellspannungen

Measure the source voltages U_{qv} of all voltage sources and the open circuit voltage $U_{I,AB}$ of the network!

Messen Sie die Quellenspannungen U_{qv} aller Spannungsquellen und die Leerlaufspannung $U_{I,AB}$ des Netzwerkes!

4.3.3 Calculation of the branch current I_{AB} | Berechnung des Zweigstroms I_{AB}

Calculate the branch current I_{AB} in the network analyzed by means of the superposition principle! Refer to the method of preparatory task 3.3!

Berechnen Sie nach dem Überlagerungssatz den Zweigstrom I_{AB} im untersuchten Netzwerk! Nutzen Sie dazu die Vorgehensweise aus Vorbereitungsaufgabe 3.3!

4.3.4 Measurement of partial branch currents I_{ABv} and branch current I_{AB} | Messung der Teilzweigströme I_{ABv} und des Zweigstroms I_{AB}

Check the application of the superposition principle by measuring the separate partial branch currents I_{ABv} driven by the separate source voltages U_{qv} and the overall branch current I_{AB} !

Überprüfen Sie die Anwendbarkeit des Überlagerungssatzes durch Messung der von den einzelnen Quellspannungen U_{qv} hervorgerufenen Teilzweigströme I_{ABv} und des Gesamtzweigstromes I_{AB} !

Compare the measurement result for the partial branch currents and the overall branch current with the calculated values from 4.3.3!

Vergleichen Sie die Messergebnisse für die Teilzweigströme und den Gesamtzweigstrom mit den in 4.3.3 errechneten Werten!

5 Literature | Literatur

- [1] S. Altmann, D. Schlayer, Lehr- und Übungsbuch Elektrotechnik, Fachbuchverlag Leipzig - Köln, 1995.
- [2] W.-E. Büttner, Grundlagen der Elektrotechnik 1, Oldenbourg Verlag München - Wien, 2004.

6 Attachment | Anhang

6.1 Equipment list | Geräteliste

1 active two-terminal network	1 aktiver Zweipol
1 network	1 Netzwerk
1 slide resistor 0 - 100 Ω , 1,8 A	1 Stellwiderstand 0 - 100 Ω , 1,8 A
1 resistance decade MA 2115	1 Widerstandsdekade MA 2115
1 digital multimeter (use METRAHIT TECH for current measurement!)	1 Digital-Multimeter (METRAHIT TECH, für Strommessungen verwenden!)
1 digital multimeter (ISO TECH IDM 99II)	1 Digital-Multimeter (ISO TECH IDM 99II)

6.2 Function paper | Funktionspapiere

1 sheet simple-logarithmic paper with three decades at the abscissa	1 Blatt einfach-logarithmisches Papier mit drei Dekaden logarithmischen Achsenmaßstabs auf der Abszissenachse
---	---

Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden
Fakultät Elektrotechnik



10

10

10

10

