

Praktikum Grundlagen der Elektrotechnik

Studiengänge Elektrotechnik und Informationstechnik, Elektrotechnik/Kommunikationstechnik (Fernstudium)

Versuch ET 06 – Oszillographenmessungen im Wechselstromkreis

## 1 Versuchsziel

Kennenlernen von Messmethoden für Spannungen und Phasenwinkel im Wechselstromkreis mit Hilfe eines Oszillographen.

## 2 Grundlagen

Eine sinusförmige Wechselspannung

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (1)$$

ist durch drei Bestimmungsgrößen gekennzeichnet:

- Amplitude  $\hat{u}$  (auch  $\hat{U}$ ),
- Frequenz  $f$  bzw. Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$  ( $T$  Periodendauer),
- Nullphasenwinkel  $\varphi_u$ .

Mit einem Oszillographen lassen sich diese Größen durch Messung ermitteln.

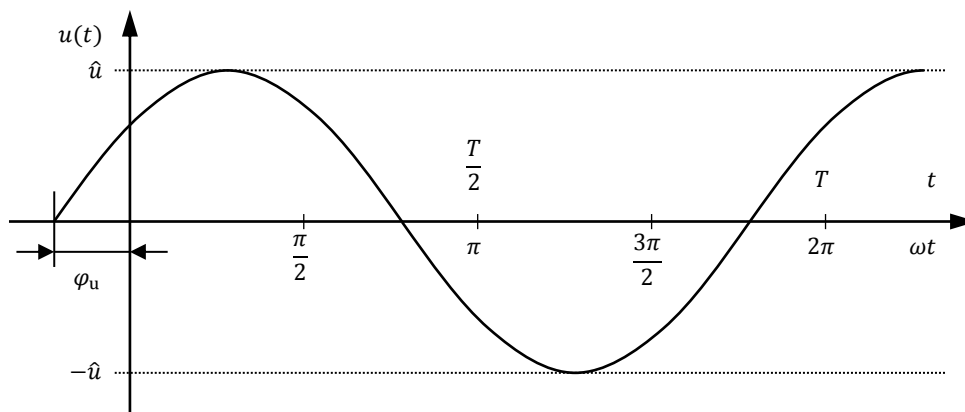


Abbildung 1: Darstellung einer sinusförmigen Spannung

Für Berechnungen im Wechselstromkreis verwendet man die symbolische Methode, d. h.

- Transformation sämtlicher Ströme und Spannungen in die komplexe Ebene,
- Rechnung im Bildbereich,
- Rücktransformation des Ergebnisses in den Zeitbereich

(siehe auch Versuchsanleitung „Komplexe Widerstände“!).

Damit erhält man die Werte für Amplitude und Phasenwinkel der gesuchten Wechselgröße. Bei Einsatz eines Oszillographen lassen sich diese Größen durch Messungen bestimmen.

Zwischen Scheitelwert  $\hat{u}$  und Effektivwert  $U$  einer sinusförmigen Wechselspannung besteht der Zusammenhang:

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U. \quad (2)$$

## 2.1 Darstellung einer Wechselspannung

Wird an die x-Platten eines Oszillographen eine sägezahnförmige Kippspannung  $u_x(t)$  angelegt, so zeigt das Display die Zeitfunktion der an den y-Platten angelegten Spannung  $u_y(t)$ . Abbildung 2 veranschaulicht die Entstehung des Oszillographenbildes für

$$u_y = u_1 = \hat{u}_1 \sin(\omega t - \varphi_u) \quad (3)$$

und

$$u_x = u_2 = U_{2m} \left( 2 \frac{t - nT_2}{T_2} - 1 \right) \quad \text{mit} \quad nT_2 \leq t \leq (n+1)T_2, n = 0, 1, 2 \dots \quad (4)$$

unter der Bedingung gleicher Frequenzen ( $f_1 = \frac{1}{T_2}$ ) und gleichen Amplituden ( $\hat{u}_1 = U_{2m}$ ).

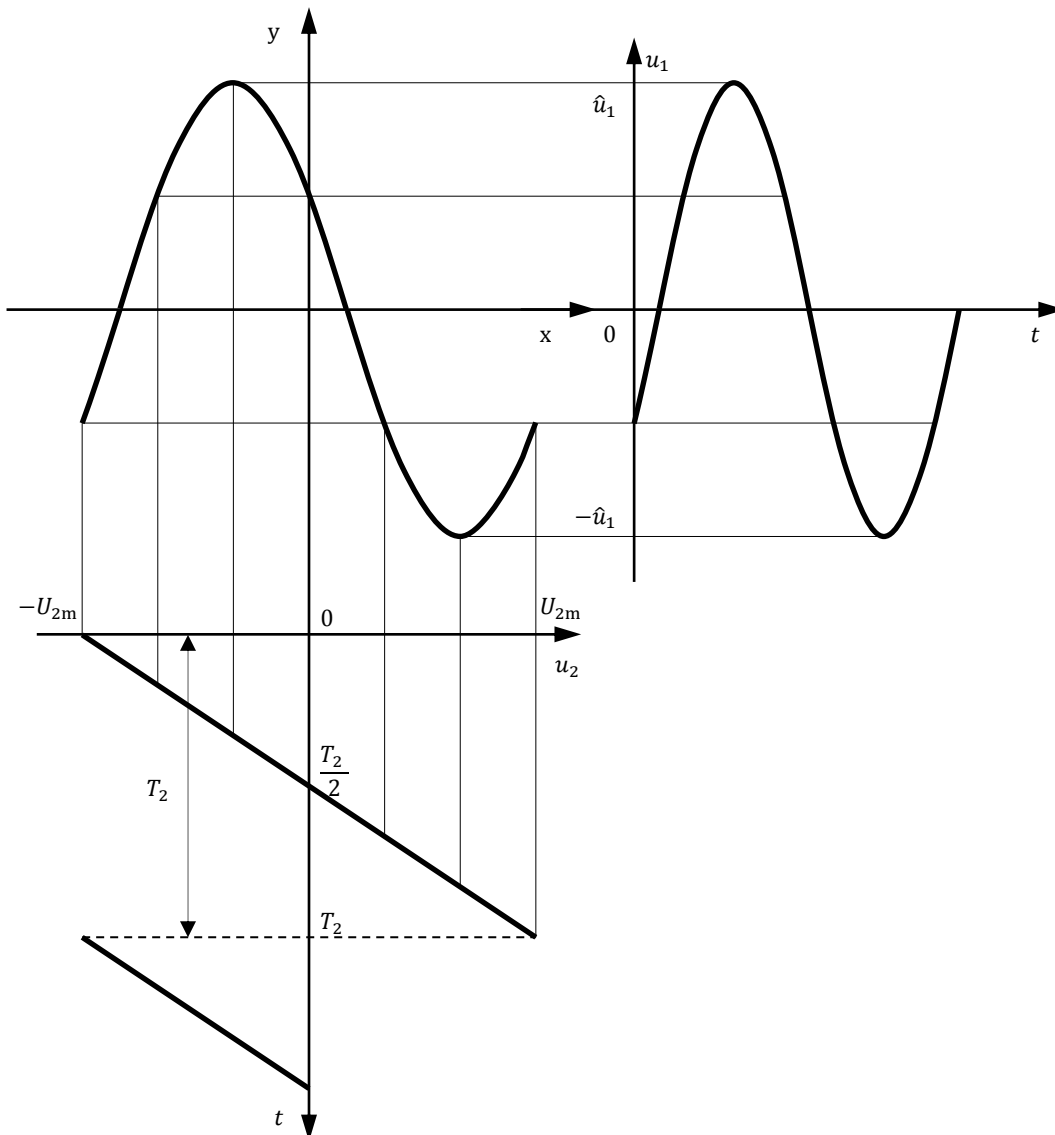


Abbildung 2: Entstehung des Oszillographenbildes einer sinusförmigen Spannung

Ein Zweikanal-Oszillograph ermöglicht die gleichzeitige Darstellung von zwei Eingangsgrößen, so dass bei seinem Einsatz die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen zwei Wechselspannungen  $u_{y1}$  und  $u_{y2}$  gleicher Frequenz leicht ermittelt werden kann.

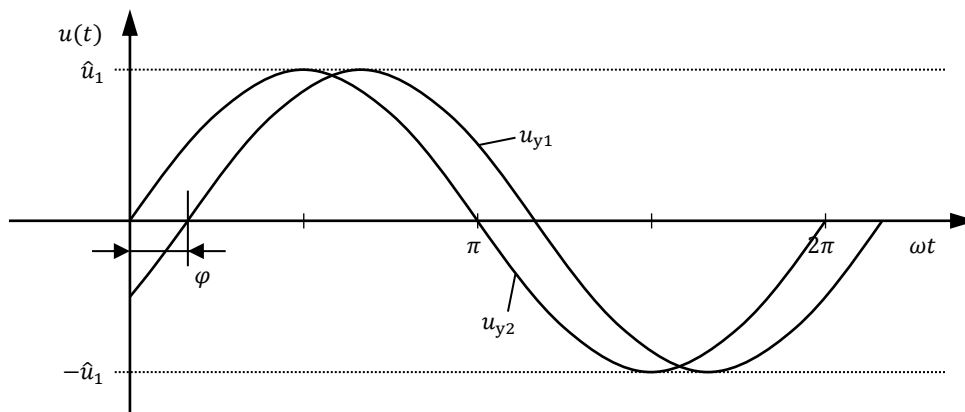


Abbildung 3: Phasenverschiebung zweier Wechselspannungen gleicher Frequenz und Amplitude

## 2.2 LISSAJOUS-Figuren

LISSAJOUS-Figuren entstehen beim Anlegen von je einer Wechsel-Messgröße an die x- und y-Platten eines Oszillographen. Ihre Auswertung stellt eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung des Phasenwinkels zwischen zwei Spannungen  $u_1$  und  $u_2$  dar. Abbildung 4 veranschaulicht das Zustandekommen einer Ellipse aus zwei phasenverschobenen Spannungen mit gleicher Frequenz  $f$  und gleicher Amplitude  $\hat{u}$ . Wenn gilt

$$u_x = u_2 = \hat{u} \sin(\omega t) \quad \text{und} \quad u_y = u_1 = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

dann lautet die Gleichung der LISSAJOUS-Ellipse

$$u_y^2 - 2u_x u_y \cos \varphi + u_x^2 - \hat{u}^2 \sin^2 \varphi = 0 \quad (6)$$

Für  $u_x = 0$  oder  $u_y = 0$  ergibt sich für den Phasenwinkel

$$\varphi = \arcsin \frac{u_y(u_x = 0)}{\hat{u}} = \arcsin \frac{u_x(u_y = 0)}{\hat{u}} \quad (7)$$

Durch die Drehung des Koordinatensystems um  $\Psi = 45^\circ$  in die Hauptachse der Ellipse kann man Gleichung (6) umformen in

$$\varphi = 2 \arctan \frac{D_1}{D_2} \quad (8)$$

wodurch die Auswertung des Displays erleichtert wird (Abbildung 5).



### 2.3 HAUSRATH-Brücke (Phasenschieber-Brücke)

Die HAUSRATH-Brücke (Abbildung 6) gestattet durch Veränderung des Widerstandes  $R$  die Einstellung eines Phasenwinkels  $\varphi$  von 0 bis  $180^\circ$  zwischen den Spannungen  $u_{CD}$  und  $u_1$ .

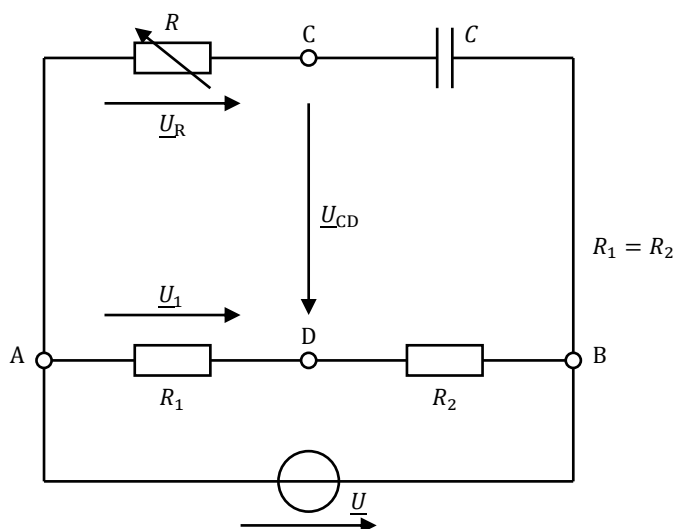


Abbildung 6: HAUSRATH-Brücke

Die Brücke wird mit einer Wechselspannung

$$u = \hat{u} \sin(\omega t) \quad (9)$$

gespeist. Nach dem Maschensatz gilt

$$\underline{U}_R + \underline{U}_{CD} - \underline{U}_1 = 0 \quad (10)$$

Durch Umstellung nach  $\underline{U}_{CD}$  und Einführen der Spannungsteiler

$$\frac{\underline{U}_R}{\underline{U}} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \text{und} \quad \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}} = \frac{1}{2} \quad (11)$$

erhält man

$$\frac{\underline{U}_{CD}}{\underline{U}} = \frac{1}{2} e^{-j2 \arctan(\omega CR)}. \quad (12)$$

Mit  $\frac{1}{\omega_0 C} = R_0$  ergibt sich daraus:

$$\varphi = 2 \arctan \frac{R}{R_0} \quad \text{und} \quad \frac{\underline{U}_{CD}}{\underline{U}_1} = 1. \quad (13)$$

Legt man die Spannungen  $u_{CD}$  und  $u_1$  an die y-Eingänge eines Zweikanal-Oszilloskops, so kann man die Phasenverschiebung zwischen beiden Spannungen als Funktion von  $R$  bestimmen.

## 2.4 Brückenabgleich mit Oszillographen

Stellt man in der komplexen Ebene die Abhängigkeit einer komplexen Größe von einem Parameter, zum Beispiel der Frequenz, dem Widerstand oder der Kapazität als Kurvenzug dar, so ergibt sich eine Ortskurve. Gegenüber der Berechnung eines gesuchten Zusammenhanges bietet seine grafische Ermittlung als Ortskurve den Vorteil, dass man den Überblick über den Gesamtverlauf bezüglich Betrag und Phase erhält.

Für die experimentelle Aufnahme der Ortskurve des komplexen Widerstandes  $\underline{Z}_x$  einer RC-Schaltung eignet sich die GRÜTZMACHER-Brücke. Der Abgleich von Betrag  $Z$  und Phase  $\varphi_z$  lässt sich günstig mit einem Zweikanal-Oszillographen ausführen.

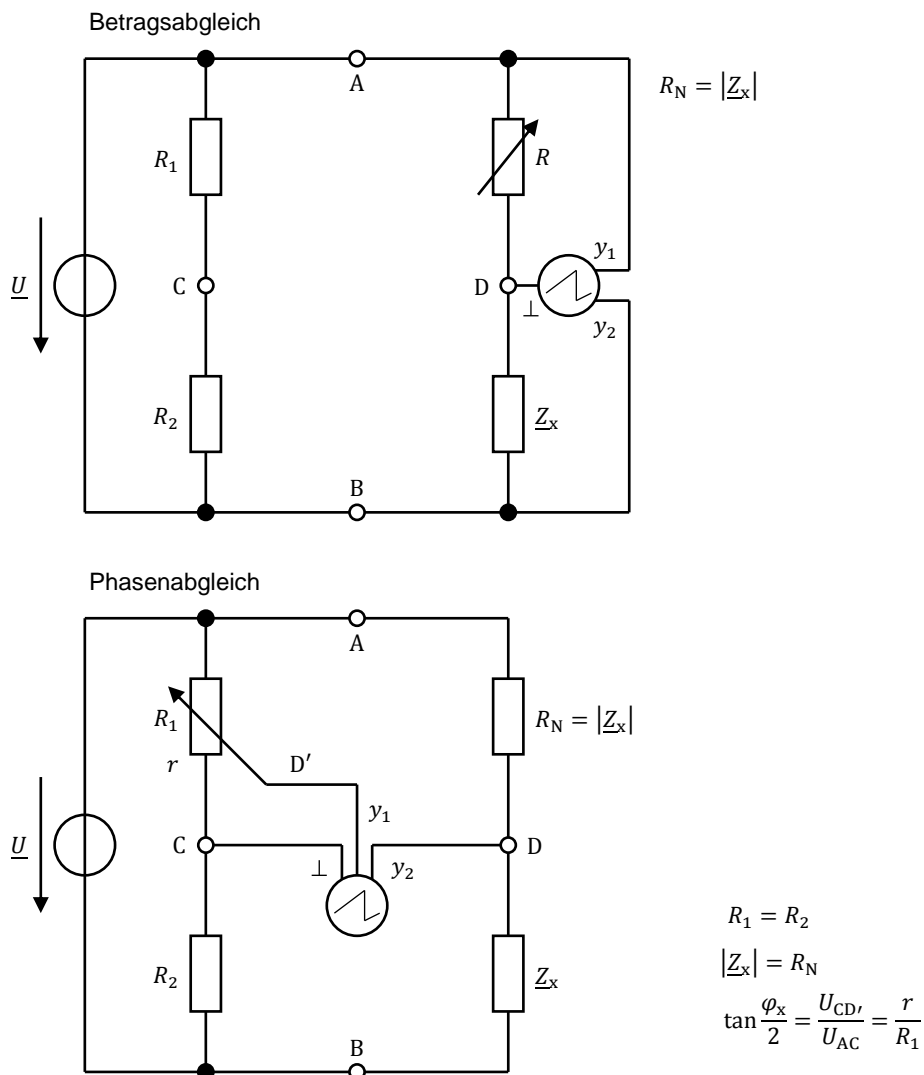
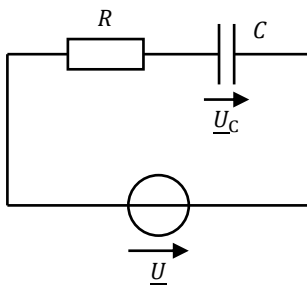


Abbildung 7: GRÜTZMACHER-Brücke

### 3 Versuchsvorbereitung

#### 3.1 Frequenzgang

Stellen Sie für die untenstehende Schaltung dar:



$$\frac{U_C}{U} = f\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad \text{und} \quad \varphi = f\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$\text{mit} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad 0,01 \leq \frac{\omega}{\omega_0} \leq 100.$$

(Frequenzachse logarithmisch geteilt!)

#### 3.2 LISSAJOUS-Figur

Eine Wechselspannung  $u_1 = \hat{u}_1 \sin(\omega_1 t - 45^\circ)$  wird an den y-Eingang und eine Wechselspannung  $u_2 = \hat{u}_2 \sin(\omega_1 t)$  wird an den x-Eingang eines Oszillographen gelegt. Konstruieren Sie maßstäblich die entstehende LISSAJOUS-Figur für  $\hat{u}_1 = \hat{u}_2$  und  $\omega_1 = \omega_2$ !

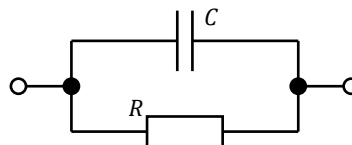
#### 3.3 HAUSRATH-Brücke

Gegeben ist eine HAUSRATH-Brücke (Abbildung 6) mit  $f = 1,6 \text{ kHz}$ ,  $C = 0,1 \mu\text{F}$ ,  $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ .

Berechnen Sie die Werte für den Widerstand  $R$ , wenn zwischen den Spannungen  $\underline{U}_{CD}$  und  $\underline{U}_{CD} = \underline{U}$  eine Phasenverschiebung von  $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  und  $180^\circ$  entstehen soll!

#### 3.4 Ortskurve

Zeichnen Sie maßstäblich die Ortskurve  $\underline{Z} = f\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$  für die untenstehende Schaltung und kennzeichnen Sie darin die Werte für  $\frac{\omega}{\omega_0} = 0; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; \infty$  bei  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ !



#### 3.5 Zeigerdiagramm

Zeichnen Sie für die Schaltung nach Abbildung 6 ein maßstäbliches Zeigerdiagramm der Spannungen mit  $U_{AB} = 10 \text{ V}$  (Maßstab:  $1 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$ ),  $R = 3 \text{ k}\Omega$ ;  $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$ ;  $C = 25 \text{ nF}$ !

#### 3.6 Wirkungsweise eines Zweikanal-Oszillographen

Erläutern Sie anhand eines einfachen Blockschaltbildes die Wirkungsweise eines Zweikanal-Oszillographen!

## 4 Versuchsdurchführung

### 4.1 Messungen an einer RC-Reihenschaltung

Messen Sie an der RC-Reihenschaltung nach Schaltung 1 mit einem Zweikanal-Oszillographen die Spannung  $U_R$  am Widerstand  $R$  sowie den Phasenwinkel zur Gesamtspannung  $U$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $\omega$ .

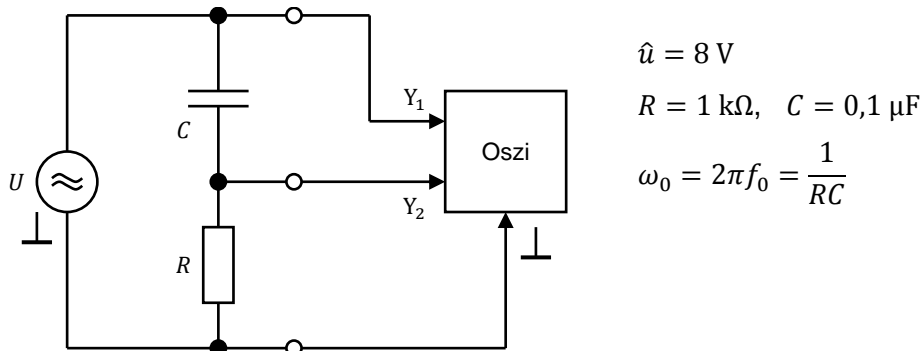


Abbildung 8: Schaltung 1

Wählen Sie für den Frequenzbereich:  $\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0} = 0,04; 0,07; 0,1; 0,2; 0,4; \dots; 7; 10!$

#### 4.1.1

Stellen Sie  $\frac{U_R}{U} = f\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$  und  $\varphi = f\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$  mit  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  dar (logarithmisch geteilte Frequenzachse)!

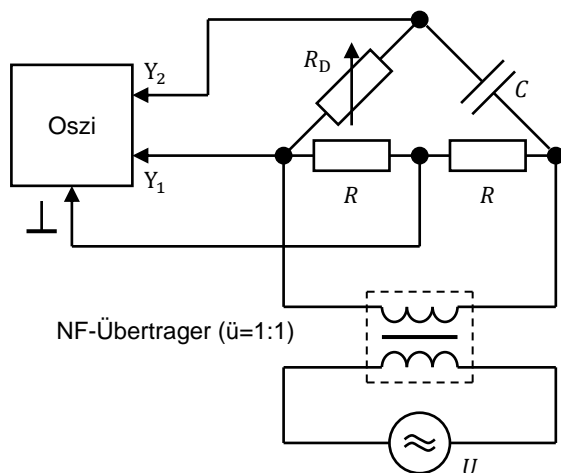
#### 4.1.2

Speichern Sie die Displaybilder für  $U$  und  $U_R$  bei  $\omega = \omega_0; 0,4 \cdot \omega_0$  und  $2,5 \cdot \omega_0$ ; kennzeichnen Sie jeweils den Phasenwinkel  $\varphi$ !



## 4.2 Messung des Phasenwinkels $\varphi$ an einer HAUSRATH-Brücke

Ermitteln Sie mit dem Oszillographen an einer HAUSRATH-Brücke bei konstanter Frequenz  $\omega_0$  den Phasenwinkel  $\varphi$  der Diagonalspannung  $U_{CD}$  in Abhängigkeit vom Widerstand  $R$ !



$$\hat{u} = 8 \text{ V}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega, \quad C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$$

$$\omega_0 = 10^4 \text{ s}^{-1}, \quad R_0 = \frac{1}{\omega_0 C}$$

Abbildung 9: Schaltung 2

Wählen Sie für den Widerstandsbereich:  $\frac{R_D}{R_0} = 0,04; 0,07; 0,1; 0,2; 0,4; \dots; 7; 10!$

### 4.2.1

Stellen Sie  $\varphi = f\left(\frac{R}{R_0}\right)$  mit  $R_0 = \frac{1}{\omega_0 C}$  dar (logarithmisch geteilte  $R/R_0$ -Achse)!

### 4.2.2

Speichern Sie die Oszillogramme der Spannungen  $U_1$  und  $U_{CD}$  für  $\varphi = 0^\circ, 90^\circ$  und  $180^\circ$ , kennzeichnen Sie jeweils die Phasenwinkel  $\varphi$ !

## 4.3 Messung des Phasenwinkels $\varphi$ an einer HAUSRATH-Brücke mit Hilfe von LISSAJOUS-Figuren

Bestimmen Sie an einer HAUSRATH-Brücke den Phasenwinkel zwischen  $U_1$  und  $U_{CD}$  in Abhängigkeit von  $R$  mit Hilfe von LISSAJOUS-Figuren (Schaltung 2 verwenden)!

**Hinweis:**  $U_{Y1} = U_{Y2}$  einstellen!

Wählen Sie den Widerstandsbereich wie in Aufgabe 4.2!

### 4.3.1

Stellen Sie  $\varphi = f\left(\frac{R}{R_0}\right)$  mit  $R_0 = \frac{1}{\omega_0 C}$  dar (logarithmisch geteilte  $R/R_0$ -Achse) und vergleichen Sie mit den Ergebnissen von Aufgabe 4.2.1!

### 4.3.2

Speichern Sie die LISSAJOUS-Figuren für  $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  und  $180^\circ$ . Nutzen Sie dabei die Ergebnisse der Vorbereitungsaufgabe 3.3!

#### 4.4 Aufnahme der Ortskurve eines Zweipols mit LISSAJOUS-Figuren

Nehmen Sie mit Hilfe von LISSAJOUS-Figuren durch Messung von Strom, Spannung und Phasenwinkel den komplexen Scheinwiderstand  $\underline{Z}$  des vorgelegten Zweipols in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$  auf. Die Messergebnisse sind in der komplexen  $\underline{Z}$ -Ebene als Ortskurve darzustellen!

Ermitteln Sie rechnerisch den minimalen Winkel  $\varphi_Z$  sowie die zugehörige Frequenz  $f_{\min}$  für den komplexen Widerstand  $\underline{Z}$  der vorliegenden RC-Schaltung und vergleichen Sie die Werte mit der aufgenommenen Ortskurve!

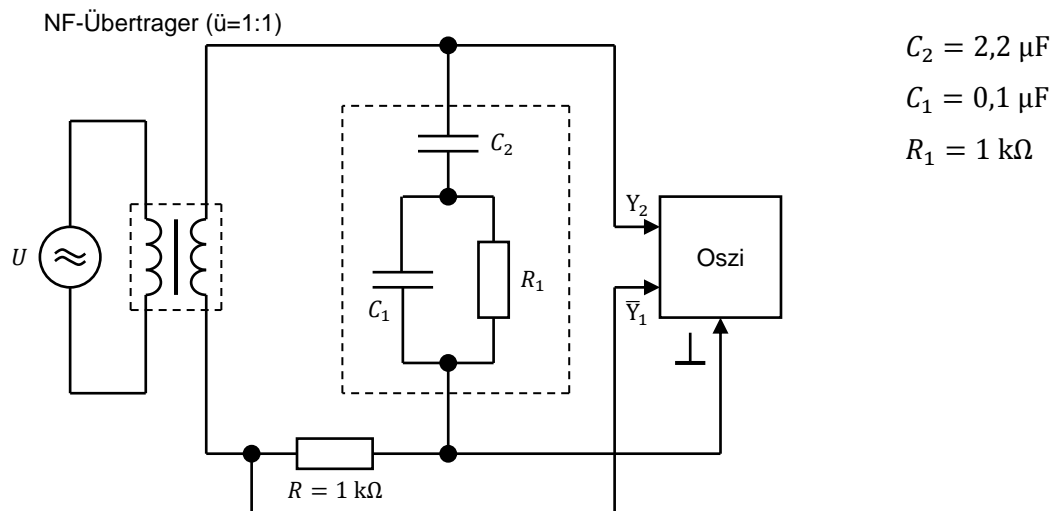


Abbildung 10: Schaltung 3

Wählen Sie die folgenden Messfrequenzen:

$f = 40 \text{ Hz}; 80 \text{ Hz}; 160 \text{ Hz}; 320 \text{ Hz}; 640 \text{ Hz}; 1 \text{ kHz}; 2 \text{ kHz}; 4 \text{ kHz}; 8 \text{ kHz} !$

In Bereichen mit starken Krümmungen der Ortskurve sind **zusätzlich Zwischenwerte aufzunehmen!**

Maßstab für die Ortskurve: **10 cm  $\cong$  1 k $\Omega$ !**

**Hinweis:** Die Speisung der Schaltung muss über NF-Übertrager erfolgen (Erdfreiheit)!

## 5 Literatur

- [1] S. Altmann, D. Schlayer, Lehr- und Übungsbuch Elektrotechnik, Fachbuchverlag Leipzig - Köln, 1995.
- [2] W.-E. Büttner, Grundlagen der Elektrotechnik 1, Oldenbourg Verlag München - Wien, 2004.

## 6 Anhang

### 6.1 Geräteliste

- 1 Funktionsgenerator Agilent 33220A
- 1 Zweikanaloszilloskop Agilent DSO6012A
- 1 NF-Übertrager
- 1 Widerstandsdekade MA 2115
- 1 Experimentierplatine
- 2 Widerstand  $R = 1 \text{ k}\Omega$
- 1 Kapazität  $C = 100 \text{ nF}$
- 1 RC-Kombination
- 1 Digital-Multimeter (Fluke 75 III)

### 6.2 Funktionspapiere

- 2 Blätter einfach-logarithmisches Papier mit drei Dekaden logarithmischen Achsenmaßstabs auf der Abszissenachse