

# Praktikum

## Grundlagen der Elektrotechnik

**Versuch:**

# Transformator

## Versuchsanleitung

### 0. Allgemeines

Eine sinnvolle Teilnahme am Praktikum ist nur durch eine gute Vorbereitung auf dem jeweiligen Stoffgebiet möglich. Von den Teilnehmern wird daher eine intensive Beschäftigung mit der erforderlichen Theorie sowie mit der Aufgabenstellung bzw. ihrem Zweck vorausgesetzt.

Es gelten die allgemeinen Verhaltensvorschriften der Hochschule, insbesondere die

- Laborordnung des Fachbereiches Elektrotechnik
- und die
- Arbeitsordnung für das Praktikum „Grundlagen der Elektrotechnik“.

## 1. Versuchsziel

Untersuchung des Betriebsverhaltens eines Einphasen-Leistungstransformators, der Strom- und Spannungsübersetzung, der Leistungsverluste und des Wirkungsgrades. Kennen lernen der Wirkungsweise, des Ersatzschaltbildes und des Zeigerdiagramms eines technischen Transformators.

## 2. Grundlagen

### 2.1. Wirkungsweise des Transformators

Der Transformator besteht im Allgemeinen aus zwei galvanisch getrennten Wicklungen, die über das stromumgebende Magnetfeld miteinander gekoppelt sind. Die Spule, der die Leistung zugeführt wird, bezeichnet man als Primärwicklung  $w_1$  die andere, Leistung abgebende Spule als Sekundärwicklung  $w_2$ .

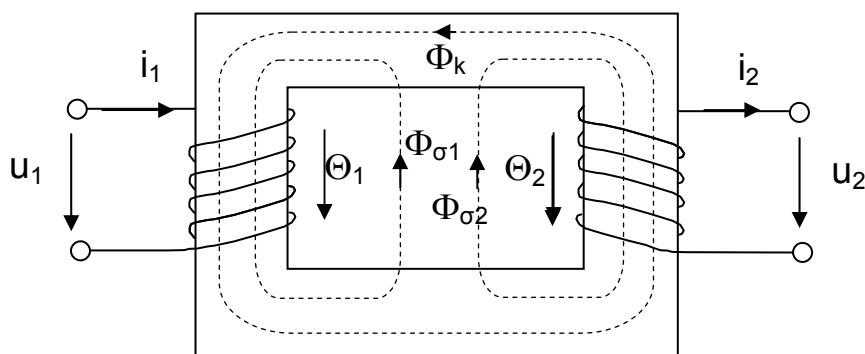


Abb.1 : Physikalische Größen und ihre Zählpfeilrichtung am Transformator

Im Leerlauf ist die Sekundärspule wirkungslos und der Transformator verhält sich wie eine Spule mit Eisenkern (vgl. Praktikumsanleitung "Magnetischer Kreis"). Aus dem Maschensatz für den Primärstromkreis erhält man unter Berücksichtigung des Induktionsgesetzes

$$u_1 = w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} + R_1 \cdot i_1 \quad (1)$$

Beim **idealen Transformator** ( $R_{Cu} = 0$ ;  $\kappa_{Fe} = 0$ ,  $\mu_{Fe} = \infty$ ) kann der Spannungsabfall über dem Wicklungswiderstand  $R_{Cu}$  vernachlässigt werden und der gesamte in der Primärspule  $w_1$  erzeugte Fluss  $\Phi$  durchsetzt auch die Sekundärspule  $w_2$  (Kopplungsfaktor  $k=1$ ).

Daraus ergibt sich bei sinusförmiger Erregung für die Beziehung zwischen den Amplituden der anliegenden Spannung und des Flusses direkte Proportionalität

$$\hat{u} = 2\pi f w \hat{\Phi} \quad (2)$$

und für das Spannungsübersetzungsverhältnis gilt:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = \ddot{u}. \quad (3)$$

Bei Belastung des Transformators fließt in der Sekundärwicklung der Strom  $I_2$ , dessen Durchflutung den vorhandenen magnetischen Fluss  $\Phi$  zu verkleinern sucht. Damit sinkt aber im Primärkreis die induzierte Gegenspannung  $u_i$  und das Spannungsgleichgewicht wird gestört, so dass der Primärstrom  $I_1$  anwächst, bis  $u_i$  im Primärkreis der Speisespannung wieder das Gleichgewicht hält.

Aus der Bedingung, dass beim idealen Transformator die zugeführte elektrische Leistung gleich der abgegebenen sein muss,

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2, \quad (4)$$

erhält man für dessen Stromübersetzungsverhältnis

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\ddot{u}}. \quad (5)$$

Im **realen Transformator** tritt jedoch auf Grund der endlichen Permeabilität des Eisens und der (wenn auch schwachen) magnetischen Leitfähigkeit der Luft ein Streufluss  $\Phi$  auf, (Koppelfaktor  $k < 1$ ), und der ohmsche Widerstand  $R_{Cu}$  der Spulen sowie die Hysterese- und die Wirbelstromverluste bedingen, dass ein Teil der zugeführten elektrischen Leistung in Wärmeleistung umgesetzt wird, so dass obige Gleichungen nur Näherungen darstellen. Vorerst sollen jedoch auch weiterhin die Hysterese- und die Wirbelstromverluste unberücksichtigt bleiben.

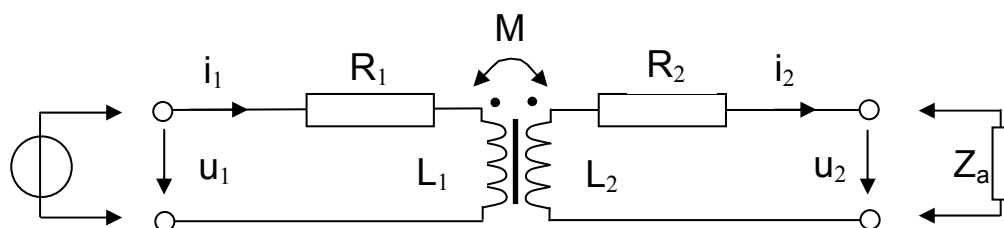


Abb. 2 : Elektrisches Schaltbild des Transformators

## 2.2. Transformatorgleichung

Aus dem Maschensatz ergeben sich die beiden Transformatorgleichungen:

$$\text{Primär:} \quad u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (6)$$

$$\text{Sekundär:} \quad u_2 = -i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (7)$$

Für sinusförmige Spannungen und Ströme lassen sich diese Gleichungen unter Benutzung der komplexen Rechnung vereinfachen zu

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 - j\omega M \cdot \underline{I}_2, \quad (8)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M \cdot \underline{I}_1 - (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}_2. \quad (9)$$

## 2.3. Ersatzschaltbild des Transformators

Das aus den physikalischen Zusammenhängen abgeleitete Schaltbild des Transformators (Abb.2) ermöglicht keinen schnellen Überblick über das Verhalten des Transformators im Betrieb, weil die Wirkung der Gegeninduktivität  $M$  nicht anschaulich zu erfassen ist.

Man arbeitet daher besser mit einem Ersatzschaltbild, dessen elektrisches Verhalten in allen Betriebsfällen der Originalschaltung entspricht, das also ebenfalls die Gleichungen (8) und (9) erfüllt, bei dem aber beide Spulen nicht mehr galvanisch getrennt sind. Unter den möglichen Vierpolgrundschaltungen legt man die T-Schaltung als einfachste dem Ersatzschaltbild zugrunde.

Bei der Aufstellung des Ersatzschaltbildes und des Zeigerdiagramms eines Transformators ist es zweckmäßig, die Größen der Sekundärseite auf die der Primärseite zu beziehen. Beim idealen Transformator sind dann die bezogenen Sekundärgrößen und die entsprechenden Primärgrößen gleich groß. Setzt man

$$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2 \quad (10)$$

und

$$\underline{I}'_2 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \underline{I}_2, \quad (11)$$

so erhält man aus den Gleichungen (8) und (9)

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 - j\omega M \cdot \underline{I}'_2 + \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}_1} - \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}_1} \\ \underline{U}'_2 &= j\omega M \cdot \underline{I}_1 - \ddot{u}^2 (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}'_2 + \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}'_2} - \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}'_2}, \end{aligned}$$

wobei die rechts stehenden, fett gedruckten Terme formal ergänzt wurden.

Durch Umstellen (unter Berücksichtigung der rechts hinzugefügten Terme) ergibt sich

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - \ddot{u}M) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2), \quad (12)$$

$$\underline{U}_2 = -\ddot{u}^2 R_2 \cdot \underline{I}'_2 - j\omega(\ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u}M) \cdot \underline{I}'_2 + j\omega M(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2). \quad (13)$$

Mit den Vereinfachungen

$$L_1 - \ddot{u}M = L_{\sigma 1} \quad (14) \qquad \ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u}M = L'_{\sigma 2} \quad (15)$$

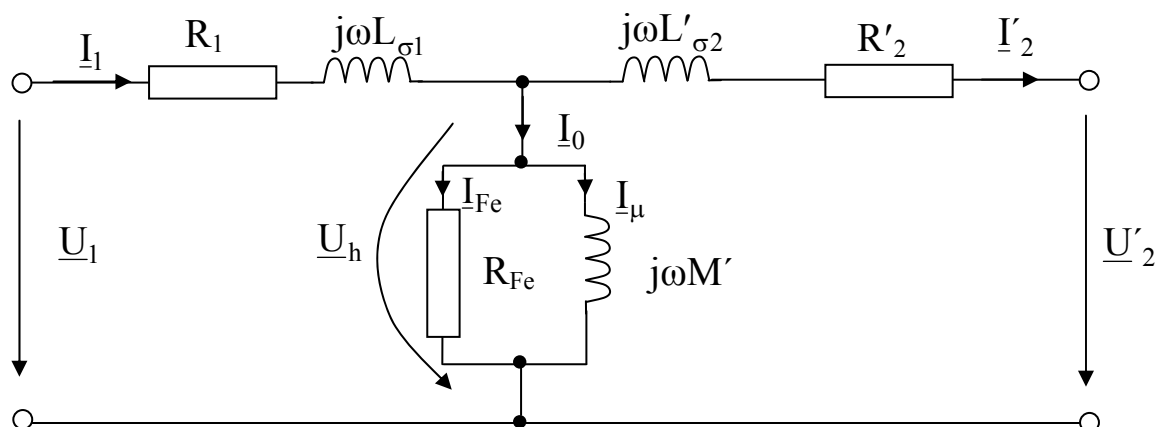
$$\ddot{u}^2 R_2 = R'_2 \quad (16) \qquad \ddot{u}M = M' \quad (17)$$

wobei  $L_{\sigma 1}$ , und  $L_{\sigma 2}'$  als primäre bzw. bezogene sekundäre Streuinduktivität bezeichnet werden, erhält man folgende Gleichungen:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{\sigma 1}) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M'(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2), \quad (18)$$

$$\underline{U}_2 = - (R'_2 + j\omega L_{\sigma 2}') \cdot \underline{I}'_2 + j\omega M'(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2). \quad (19)$$

Dieses Gleichungssystem wird auch von der in Abb. 3 dargestellten Schaltung (noch ohne  $R_{Fe}$ ) erfüllt, d.h. diese Schaltung hat die gleichen elektrischen Eigenschaften wie der Transformator und kann als Ersatzschaltbild verwendet werden.





$$\underline{U}_2 = \frac{1}{\underline{ü}} \underline{U}_1 - \left[ \frac{1}{\underline{ü}} (R_1 + j\omega L_{\sigma 1}) \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_{\sigma 2}) \underline{I}_2 \right] \quad (21)$$

### Stromübersetzung:

Der Primärstrom  $I_1$  ist um den Querstrom  $I_0$  durch  $M' \parallel R_{Fe}$ , größer als der transformierte Sekundärstrom  $I'_2$ . Für den technischen Transformator gilt daher

$$\underline{I}_1 = \frac{1}{\underline{ü}} \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \quad (22)$$

### Wirkungsgrad $\eta$ :

Wegen der Wirkverluste im Transformator ist  $P_2 < P_1$ . Der Wirkungsgrad ergibt sich zu

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \quad (23)$$

Ist  $U_1$  konstant, sind der Fluss und folglich auch die "Eisenverluste" nahezu konstant, während die "Kupferverluste" quadratisch mit dem Belastungsstrom ansteigen. Der Transformator hat den größten Wirkungsgrad bei einer solchen Belastung, bei der die "Kupferverluste" gleich den "Eisenverlusten" sind.

## **2.6. Bestimmung der Elemente des Ersatzschaltbildes**

Die Beträge der einzelnen Schaltelemente des Ersatzschaltbildes für den realen Transformator werden aus den im Leerlauf- und im Kurzschlussversuch auf der Primärseite gemessenen elektrischen Größen  $U_1$ ,  $I_1$  und  $P_1$  bestimmt.

### Leerlaufversuch

Bei eingprägter Spannung  $U_1$  sind der magnetische Fluss und damit auch die "Eisenverluste" des Transformators nahezu unabhängig von der Belastung. Da die Stromwärmeverluste in der Wicklung bei Leerlauf wegen des geringen Wertes des Leerlaufstromes vernachlässigt werden können, entspricht die vom unbelasteten Transformator bei Nennspannung aufgenommene Wirkleistung etwa den Eisenverlusten  $P_{Fe}$ , im Nennbetrieb. Da

$$(R_1 + j\omega L_{\sigma 1}) \ll R_{Fe} \parallel j\omega M' \quad (24)$$

ist, reduziert sich das Ersatzschaltbild für den Leerlauf auf den Querzweig, und aus der gemessenen Wirk- und Scheinleistung können die Schaltelemente:  $R_{Fe}$ , und  $M'$  in guter Näherung bestimmt werden.

### Kurzschlussversuch

Schließt man einen Transformator sekundärseitig kurz und lässt auf der Primärseite den Nennstrom fließen, so bezeichnet man die dann anliegende Primärspannung als Kurzschlussspannung. Diese ist bedeutend kleiner als die primäre Nennspannung (3 ... 12 %) und bedingt daher auch nur einen geringen Fluss, so dass die Eisenverluste vernachlässigbar klein sind. Die im Kurzschlussfall aufgenommene Wirkleistung entspricht somit etwa den "Kupferverlusten" bei Nennbetrieb. Das Ersatzschaltbild vereinfacht sich in diesem Falle wesentlich, da der hochohmige Querzweig vernachlässigt werden kann. Für technische Transformatoren (primär- und sekundärseitig gleiches Wickelvolumen) kann man mit guter Näherung  $R_1 = R'_2$  und  $L_{\sigma 1} = L'_{\sigma 2}$  setzen, so dass aus der im Kurzschlussversuch aufgenommenen Wirk- und Scheinleistung die primär- und sekundärseitigen Wicklungswiderstände und Streuinduktivitäten bestimmt werden können.

### **3. Vorbereitungsaufgaben**

- 3.1.** Bestimmen Sie allgemein den komplexen Eingangswiderstand  $\underline{Z}_1 = \underline{U}_1 / \underline{I}_1$  eines idealen Transformators mit dem Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$ , an dessen Sekundärspule der Belastungswiderstand  $\underline{Z}_a = R_a + jX_a$  angeschlossen ist.
- 3.2.** Infolge der Isolation des Kupferdrahtes und seiner meist kreisförmigen Querschnittsfläche  $A_D$  wird das Wickelfenster  $A_W$  (von der Wicklung eingenommene Querschnittsfläche der Spule) nicht vollständig vom Drahtmaterial ausgefüllt. Man definiert als Kupferfüllfaktor  $K_{Cu} = w \cdot A_D / A_W$ .  
Weisen Sie nach, dass bei gleichem Wickelfenster und gleichem Füllfaktor die Beziehung gilt:  $R_1 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$ .
- 3.3.** Beweisen Sie, dass der Transformatorwirkungsgrad  $\eta$  bei veränderlichem Belastungswiderstand dann sein Maximum hat, wenn  $P_{Cu} = P_{Fe}$  ist!  
(Hinweis: Gehen Sie von ohmscher Belastung aus und nehmen Sie näherungsweise  $U_2 = \text{konstant}$  und  $P_{Cu} = 2 \cdot I_2^2 \cdot R_2$  an).
- 3.4.** Für einen Kleinspannungstransformator mit

$$U_{1N}=220V; \quad I_{1N}=0,5A; \quad w_1:w_2=10:1$$

werden gemessen:



Leerlaufversuch:  $I_{1L}=0,07A$   $P_{1L}= 8W$   
 Kurzschlussversuch:  $U_{1K}=50V$   $P_{1K}=15W$

- a) Ermitteln Sie die Kenngrößen des Ersatzschaltbildes (Abb. 3)!
- b) Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm aller Spannungen und Ströme für den Belastungsfall

$U_2=18V$   $I_2=4A$   $\cos\varphi_2 = 0,866$  (ind.)  
 (Maßstab:  $1V=0,5mm$   $1A=200mm$ )!

- c) Zeichnen Sie in ein gemeinsames Diagramm die vereinfachten Zeigerbilder (Querzweig vernachlässigen,  $R_1 + R'_2$  sowie  $L_{\sigma 1}+L'_{\sigma 2}$  jeweils zusammenfassen) bei  $U_1=220V$   $I_2=4A$   $\varphi_2=0^\circ, -45^\circ$  und  $+45^\circ$  und bestimmen Sie  $U_2$  für die drei Belastungsfälle ( $\varphi_2$ )!

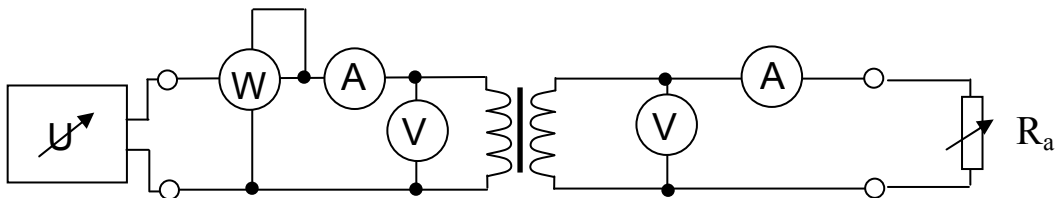


Abb. 5 Prinzipbild der Messschaltung am Versuchsplatz

## 4. Messaufgaben

- 4.1. Messen Sie im Leerlauf die Sekundärspannung  $U_2$ , den Primärstrom  $I_1$  und die Verlustleistung  $P_V$  in Abhängigkeit von der Primärspannung  $U_1$  und stellen Sie diese graphisch dar für
- a)  $w_1=600$      $w_2=600$      $l_L=0$ ,  
b)  $w_1=300$      $w_2=600$      $l_L=0$ .  
( $l_L$  ... Luftspalt im Eisenkreis)
- 4.2. Überprüfen Sie anhand der Messwerte von 4.1. a) das quadratische Anwachsen der Eisenverluste  $P_{Fe}$  mit steigender Primärspannung  $U_1$ !  
Lösungshinweis: Ermittlung der Eisenverluste mit Hilfe von  $P_V = P_{Fe} + P_{Cu} = P_{Fe} + R_1 I_1^2$ , graphische Darstellung von  $P_{Fe} = f(U_1^2)$ !
- 4.3. Messen Sie im Leerlauf die Sekundärspannung  $U_2$  und den Primärstrom  $I_1$  in Abhängigkeit von der Primärspannung  $U_1$  und stellen Sie diese graphisch dar für  
 $w_1=600$ ,     $w_2=600$ ,     $l_L=2\text{mm}$ .  
Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Messungen von 4.1. a) und nennen Sie jeweils die Hauptursache für eventuelle Unterschiede!
- 4.4. Messen Sie bei primärseitiger Nennspannung  $U_1=U_{1N}$  die Sekundärspannung  $U_2$ , den Primärstrom  $I_1$  und die primärseitig aufgenommene Wirkleistung  $P_1$  in Abhängigkeit vom Sekundärstrom  $I_2$  für
- a)  $w_1=600$      $w_2=600$      $l_L=0$ ,  
b)  $w_1=1200$      $w_2=600$      $l_L=0$ ,  
c)  $w_1=600$      $w_2=600$      $l_L=2\text{mm}$ .  
Stellen Sie in Abhängigkeit von  $I_2$  die Größen  $U_2/U_1$ ,  $I_1/I_2$ ,  $P_2$  und den Wirkungsgrad  $\eta$  graphisch dar!
- 4.5. Bestimmen Sie für den Eisenkern ohne Luftspalt bei  $w_1=w_2=600$  primärseitig den Strom  $I_1$ , die Spannung  $U_1$  und die aufgenommene Wirkleistung  $P_1$
- a) im Leerlaufversuch     $U_1=U_{1N}$ ,  
b) im Kurzschlussversuch     $I_1=I_{1N}$ .
- 4.6. Bestimmen Sie aus den Ergebnissen der Messaufgabe 4.5. die Elemente des Ersatzschaltbildes  $R_1$ ,  $R'_2$ ,  $\omega L'_{\sigma 1}$ ,  $\omega L'_{\sigma 2}$ ,  $\omega M'$  und  $R_{Fe}$  sowie die Kenngrößen  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  und den Kopplungsfaktor  $k$ !
- 4.7. Zeichnen Sie das maßstabgerechte Zeigerdiagramm aller Spannungen und Ströme für den in Aufgabe 4.5. untersuchten Transformator bei ohmscher Belastung ( $I_2=0,5\text{A}$ ;  $U_2$  aus Messaufgabe 4.4. entnehmen)!  
(Maßstab:  $1\text{V}=2\text{mm}$      $1\text{A}=200\text{mm}$ )