

Praktikum Elektrotechnik  
Studiengang Elektrotechnik und Informationstechnik

## Versuch Elektrolytischer Trog

### 1. Versuchsziel

Kennenlernen einer experimentellen Methode für die Modellierung und messtechnische Erfassung stationärer Strömungsfelder.

Mit geeigneten Analogiebeziehungen, siehe Abschnitt 2.6, ist die Übertragung der Ergebnisse dieser Methode auch auf elektrostatische Felder und teilweise Magnetfelder möglich.

### 2. Grundlagen

#### 2.1. Feldgrößen und deren Darstellung

In der Elektrotechnik, wie auch in der ganzen Physik, spielen Felder bzw. Feldgrößen eine wichtige Rolle.

- Eine Feldgröße ist eine physikalische Größe, die den Zustand des Raumes charakterisiert,
- als Feld bezeichnet man die Ortsfunktion einer Feldgröße.

Felder teilt man prinzipiell in Skalar- und Vektorfelder ein, siehe Abbildung 1. Jedem Punkt des Raumes, beschrieben durch den Ortsvektor  $\mathbf{r}$ , wird ein skalarer oder vektorieller Funktionswert zugeordnet.

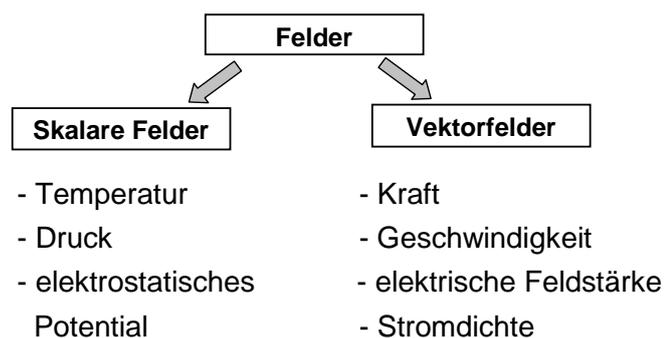


Abbildung 1: Einteilung von Feldern

Die Darstellung von Feldern erfolgt bei

### Skalaren Feldern:

- Durch Linien/Flächen gleichen Betrages (z.B. Höhenlinien in einer Karte),
- durch Darstellung als Gebirge,
- durch Farbskala.

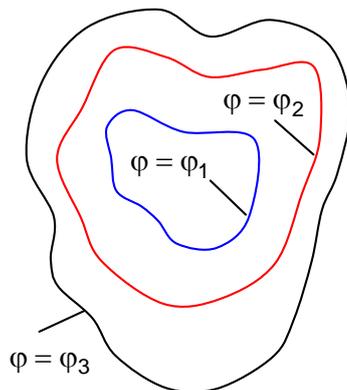


Abbildung 2: Äquipotentiallinien

### Vektorfeldern:

- Durch Feldlinien, die in Richtung der Feldvektoren verlaufen
- Dichte der Feldlinien charakterisiert den Betrag der Feldgröße

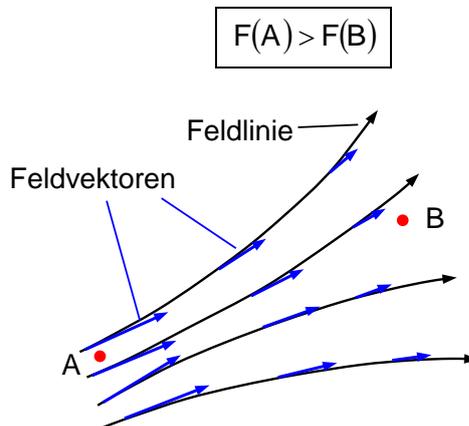


Abbildung 3: Feldvektoren und Feldlinien

Auf die maßstäbliche Konstruktion von Feldbildern wird im Abschnitt 2.5 eingegangen.

## 2.2. Potential und Feldstärke

Elektrische Felder, die wiederum von Ladungen erzeugt werden, üben Kräfte auf andere Ladungen aus. Die elektrische Feldstärke  $\mathbf{E}$  wird nach Gleichung (1) definiert:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q} \quad (1)$$

Verschiebt man in einem elektrischen Feld eine Ladung  $Q$  von  $\mathbf{r}_0$  (Bezugspunkt), wo sie die potentielle Energie  $W(\mathbf{r}_0)$  besitzt, entlang des Weges (S) zum Punkt  $\mathbf{r}$ , so wird Arbeit geleistet, siehe dazu Abbildung 4. Im Punkt  $\mathbf{r}$  hat die Ladung dann die potentielle Energie  $W(\mathbf{r})$

$$W(\mathbf{r}) = W(\mathbf{r}_0) - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \quad (2)$$

Dabei ist  $\mathbf{r}'$  ein Laufvektor entlang des Weges (S).

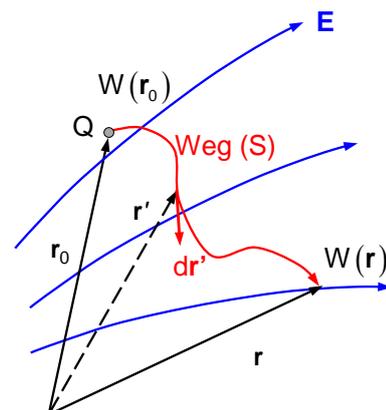


Abbildung 4: Verschiebung einer Ladung  $Q$  im elektrischen Feld  $\mathbf{E}$

Ist an jedem Raumpunkt  $\mathbf{r}$  die Energie von  $Q$  eindeutig bestimmt, so kann man in jedem Punkt des Raumes ein elektrostatisches Potential  $\varphi$  wie folgt definieren

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{W(\mathbf{r})}{Q} \quad (3)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (1) in Gleichung (2) erhält man nun aus (3) eine Gleichung zur Berechnung des Potentials aus der Feldstärke

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi(\mathbf{r}_0) - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \quad (4)$$

Dabei zeigen die Feldlinien von  $\mathbf{E}$  in Richtung fallenden Potentials, d.h. in Richtung niedrigerer potentieller Energie von  $+Q$ .

Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten  $\mathbf{r}_A$  und  $\mathbf{r}_B$  wird als Spannung  $U_{AB}$  bezeichnet

$$U_{AB} = \varphi(\mathbf{r}_A) - \varphi(\mathbf{r}_B) \quad (5)$$

Setzt man in Gleichung (4) an Stelle von  $\mathbf{r}$  die Punkte  $\mathbf{r}_A$  bzw.  $\mathbf{r}_B$  ein, erhält man aus Gleichung (5) die folgende Beziehung

$$U_{AB} = + \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}_B} \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \quad (6)$$

Der Spannungspfeil in Abbildung 5 symbolisiert den Integrationsweg zwischen den Punkten.

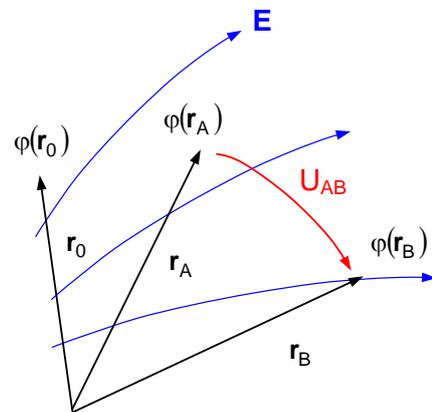


Abbildung 5: Spannung zwischen zwei Punkten

### Berechnung der Feldstärke aus dem Potential:

Betrachtet man den Integranden von Gleichung (4), so kann man den Zusammenhang

$$-d\varphi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -E dr \cdot \cos\alpha \quad (7)$$

erkennen.

Mit  $\alpha = 90^\circ$  folgt damit  $d\varphi = 0$ .

Das bedeutet, dass Feldlinien senkrecht auf Äquipotentiallinien bzw. -flächen stehen.

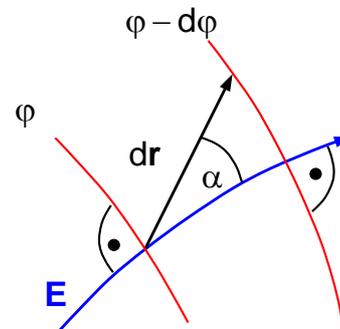


Abbildung 6: Weegelement  $dr$  und Potentialdifferenz  $d\varphi$  im Feld

Ausgehend von Gleichung (7),

$$-d\varphi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Wobei man  $d\mathbf{r}$  und  $\mathbf{E}$  als

$$d\mathbf{r} = dx\mathbf{e}_x + dy\mathbf{e}_y + dz\mathbf{e}_z \quad \text{und} \quad (8)$$

$$\mathbf{E} = E_x\mathbf{e}_x + E_y\mathbf{e}_y + E_z\mathbf{e}_z \quad (9)$$

ausdrücken kann, wird nun das totale Differential von  $\varphi(x,y,z)$  gebildet

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz \quad (10)$$

Ersetzt man die rechte Seite von Gleichung (7) durch (8) und (9) und setzt in (10) ein, so folgt

$$-(E_x dx + E_y dy + E_z dz) = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz \quad (11)$$

Ein Koeffizientenvergleich beider Seiten liefert schließlich

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad (12),(13),(14)$$

oder zusammengefasst

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{e}_z\right) = -\mathit{grad}\varphi \quad (15)$$

- Die elektrische Feldstärke ist der negative Gradient des Potentials.
- $\mathbf{E}$  zeigt an jedem Punkt in Richtung des stärksten Abstieges von  $\varphi$ .

### **Wichtige Bemerkung:**

Die Zuordnung eines Potentials zu jedem Punkt  $\mathbf{r}$  in einem  $\mathbf{E}$ -Feld ist nur möglich, wenn die potentielle Energie in jedem Ortspunkt eindeutig ist. Das bedeutet, dass der Wert des Linienintegrals in Gleichung (2), bzw. in Gleichung (4), unabhängig vom Weg sein muss. Das bedeutet, das für einen geschlossenen Weg (S) gelten muss

$$\oint_{(S)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}' = 0 \quad (16)$$

Diesen Zusammenhang kann man mit dem Integralsatz von Stokes in

$$\mathit{rot}\mathbf{E} = 0 \quad (17)$$

umformen.

Für die Existenz eines zugeordneten Potentialfeldes muss das elektrische Feld wirbelfrei sein.

### 2.3. Stationäres Strömungsfeld

Für das Vorliegen eines stationären Strömungsfeldes gilt, dass alle Feldgrößen zeitlich konstant sind. Es wird ein raumladungsfreies, leitfähiges Medium, d.h. ein Material mit frei beweglichen Ladungsträgern der Dichten  $p$  und/oder  $n$ , die die Beweglichkeiten  $\mu_p$  und/oder  $\mu_n$  haben, angenommen.

Beim Anlegen eines elektrischen Feldes wird eine Kraft auf die beweglichen Ladungsträger ausgeübt

$$\mathbf{F} = \pm e\mathbf{E} \quad . \quad (18)$$

Sie werden fortlaufend beschleunigt und durch Gitterstöße immer wieder abgebremst. Als Folge stellt sich eine mittlere Driftgeschwindigkeit der Teilchen

$$\mathbf{v} = \mu\mathbf{E} \quad (19)$$

ein.

Die Dichte der gesamten beweglichen Ladung, die sich mit  $\mathbf{v}$  bewegt, ist

$$\rho = e \cdot (p + n) \quad . \quad (20)$$

Eine mit einer Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  bewegte Ladungsdichte ist physikalisch eine Konvektionsstromdichte

$$\mathbf{S} = \rho \cdot \mathbf{v} \quad . \quad (21)$$

Unter Verwendung von Gleichung (19) und (20) und unterschiedlichen Beweglichkeiten für positive und negative Ladungsträger sowie der unterschiedlichen Bewegungsrichtungen und der Zählrichtung der Stromdichte folgt daraus

$$\mathbf{S} = e \cdot (\mu_p p + \mu_n n) \cdot \mathbf{E} \quad . \quad (22)$$

Schließlich fasst man die Faktoren vor der Feldstärke zur sogenannten spezifischen Leitfähigkeit  $\kappa$  zusammen und erhält

$$\mathbf{S} = \kappa \cdot \mathbf{E} \quad (23)$$

mit

$$\kappa = e \cdot (\mu_p p + \mu_n n) \quad . \quad (24)$$

Die Leitfähigkeit kann von vielen Parametern abhängen, immer von der Temperatur  $T$ , in manchen Fällen, die hier nicht weiter betrachtet werden sollen, auch von der elektrischen Feldstärke  $\mathbf{E}$  oder der Richtung des Ladungsträgertransportes.

Wenn für konstante Temperatur  $T$

$$\kappa = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}} = \text{const.} \quad (25)$$

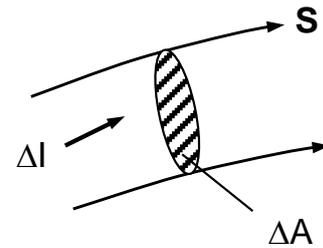
gilt, bezeichnet man das als Ohmsches Verhalten und Gleichung (25) als Ohmsches Gesetz. Durchsetzt ein Stromdichtefeld  $\mathbf{S}$  eine Fläche, so kann man den Strom durch diese Fläche mit der Gleichung

$$I = \int_{(A)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \quad (26)$$

berechnen.

In einem durch Feldlinien dargestellten  $\mathbf{S}$ -Feld, bei dem zwischen ausgewählten Strömungslinien jeweils der Strom  $\Delta I$  fließt, siehe Abbildung 7, kann man den Betrag der Stromdichte in Umkehrung zu (26) über die Gleichung

$$\mathbf{S} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta A} \quad (27)$$



bestimmen, wenn  $\Delta A$  und damit auch  $\Delta I$  immer kleiner wird. Abbildung 7:  $\mathbf{S}$ -Feld mit Strömungslinien

Krümmt man die Fläche ( $A$ ) aus Gleichung (26) zu einer geschlossenen Hülle so erhält man das Grundgesetz des stationären Strömungsfeldes, das letzten Endes den Ladungserhalt widerspiegelt

$$\oint_{(A)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (28)$$

Mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes kann Gleichung (28) in die folgende Form

$$\operatorname{div} \mathbf{S} = 0 \quad (29)$$

überführt werden.

Das stationäre Strömungsfeld ist quellenfrei. Die Ladung im Inneren eines Gebietes kann sich nur ändern, wenn Ströme durch die Berandung fließen.

Aus Gleichung (16) und (29) lassen sich die im nächsten Abschnitt behandelten Stetigkeitsbedingungen ableiten.

## 2.4. Stetigkeitsbedingungen

Wenn ein Feld eine Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlicher Leitfähigkeit durchsetzt, gelten die Stetigkeitsbedingungen.

### a) Stromdichte:

Ausgehend von der Grundgleichung (28) des Strömungsfeldes

$$\oint_{(A)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

wird um die Grenzfläche eine geschlossene Hülle ( $A$ ) in Form einer Dose gelegt, siehe Abbildung 8. Die Teilflächen  $A_1$  bzw.  $A_2$  sind dabei Boden bzw. Deckel. Das Hüllenintegral in (28) wird zerlegt wie folgt

$$0 = \int_{(A_1)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}_1 + \int_{(A_2)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}_2 + \int_{(A_3)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}_3 \quad (30)$$

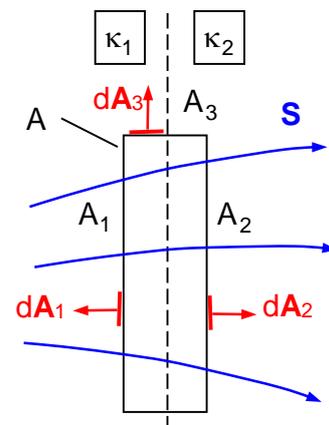


Abbildung 8: Grenzfläche im  $\mathbf{S}$ -Feld mit geschlossener Hülle  $A$

Die Hülle wird nun an die Grenzfläche zusammengedrückt, damit verschwindet  $A_3$ , siehe Abbildung 9.

Damit bleibt aus Gleichung (30) lediglich

$$\int_{(A_1)} \mathbf{S}_1 \cdot d\mathbf{A}_1 + \int_{(A_2)} \mathbf{S}_2 \cdot d\mathbf{A}_2 = 0 \quad (31)$$

übrig.

Für die beiden Flächen gilt:

$$(A_1) = (A_2) \quad (32)$$

und

$$d\mathbf{A}_1 = -d\mathbf{A}_2 \quad (33)$$

Beschreibt man die Stromdichten  $\mathbf{S}_1$  und  $\mathbf{S}_2$ , links und rechts der Grenzfläche, mit Hilfe der Einheitsvektoren in Normal- und Tangentialrichtung zur Trennfläche, siehe Abbildung 9, wie folgt

$$\mathbf{S}_1 = S_{n1}\mathbf{e}_n + S_{t1}\mathbf{e}_t \quad , \quad \mathbf{S}_2 = S_{n2}\mathbf{e}_n + S_{t2}\mathbf{e}_t \quad (34),(35)$$

und in gleicher Weise die beiden Flächenelemente

$$d\mathbf{A}_1 = -dA_1\mathbf{e}_n \quad , \quad d\mathbf{A}_2 = dA_2\mathbf{e}_n \quad (36),(37)$$

so erhält man aus (34) bis (37) allgemein die Beziehung

$$\mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = S_n dA \quad (38)$$

Damit ergibt sich an Stelle von Gleichung (31)

$$\int_{(A_1)} S_{n1} \cdot dA_1 = \int_{(A_2)} S_{n2} \cdot dA_2 \quad , \quad (39)$$

woraus mit Gleichung (32) schließlich

$$S_{n1} = S_{n2} \quad (40)$$

folgt.

Die Normalkomponente der Stromdichte ist an Grenzflächen stetig !

b) Feldstärke:

Zur Berechnung der Stetigkeitsbedingung für die elektrische Feldstärke wird um die Grenzfläche ein geschlossener Weg („Schleife“), entsprechend Abbildung 10, gelegt. Ausgangspunkt ist Gleichung (16)

$$\oint_{(S)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}' = 0 \quad ,$$

anschließend wird der Gesamtweg in vier Teilwege zerlegt

$$\int_{(S_1)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}_1 + \int_{(S_2)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}_2 + \dots + \int_{(S_4)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}_4 = 0 \quad (41)$$

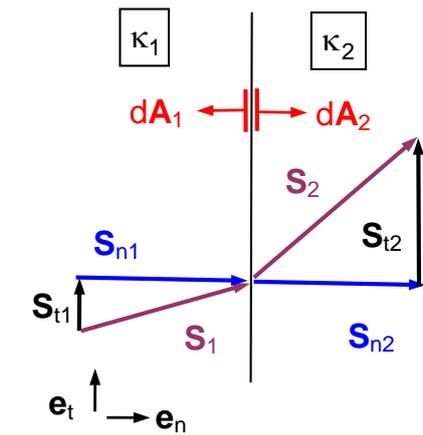


Abbildung 9: Zusammengepresste Hülle und Stromdichtekomponenten

Der Weg (S) wird nun an die Grenzfläche gepresst, siehe Abbildung 11. Damit verschwinden die Teilwege (S<sub>3</sub>) und (S<sub>4</sub>). Damit bleibt von Gleichung (41) lediglich

$$\int_{(S_1)} \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{r}_1 + \int_{(S_2)} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{r}_2 = 0 \quad (42)$$

übrig.

Für die beiden Wege gilt

$$(S_1) = (S_2) \quad (43)$$

und

$$d\mathbf{r}_1 = -d\mathbf{r}_2 \quad (44)$$

Sowohl die Feldstärkekomponenten als auch die Wegelemente werden mit den Einheitsvektoren aus Abbildung 11 beschrieben:

$$\mathbf{E}_1 = E_{n1} \mathbf{e}_n + E_{t1} \mathbf{e}_t \quad (45)$$

$$\mathbf{E}_2 = E_{n2} \mathbf{e}_n + E_{t2} \mathbf{e}_t \quad (46)$$

$$d\mathbf{r}_1 = dr_1 \mathbf{e}_t \quad (47)$$

$$d\mathbf{r}_2 = -dr_2 \mathbf{e}_t \quad (48)$$

Aus (44) bis (48) erhält man allgemein die Beziehung

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = E_t dr \quad (49)$$

Damit ergibt sich an Stelle von Gleichung (42)

$$\int_{(S_1)} E_{t1} \cdot dr_1 = \int_{(S_2)} E_{t2} \cdot dr_2 \quad (50)$$

woraus mit Gleichung (43) schließlich

$$E_{t1} = E_{t2} \quad (51)$$

folgt.

Die Tangentialkomponente der Feldstärke ist an Grenzflächen stetig !

### • Brechungsgesetz:

Das Brechungsgesetz gibt den Zusammenhang der beiden Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  an, unter denen die Feldvektoren in die Grenzfläche ein- bzw. austreten, siehe Abbildung 12.

Die Stromdichte- und Feldstärkevektoren werden zunächst mit den Gleichungen (34), (35) und (45), (46) beschrieben

$$\mathbf{S}_1 = S_{n1} \mathbf{e}_n + S_{t1} \mathbf{e}_t \quad , \quad \mathbf{S}_2 = S_{n2} \mathbf{e}_n + S_{t2} \mathbf{e}_t \quad ,$$

$$\mathbf{E}_1 = E_{n1} \mathbf{e}_n + E_{t1} \mathbf{e}_t \quad , \quad \mathbf{E}_2 = E_{n2} \mathbf{e}_n + E_{t2} \mathbf{e}_t \quad .$$

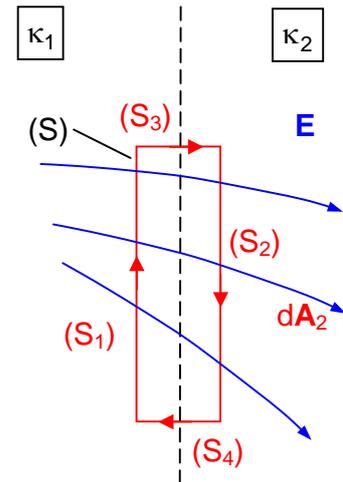


Abbildung 10: Grenzfläche im E-Feld mit geschlossenem Weg S

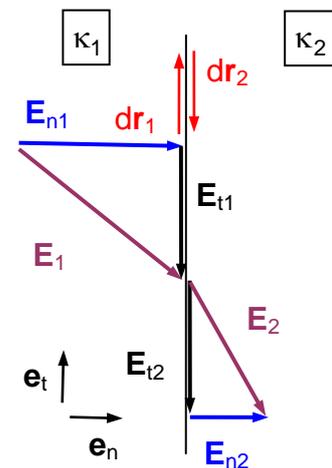


Abbildung 11: Zusammengesetzter Weg und Feldstärkekomponenten

Definiert man die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  in folgender Weise

$$\tan \alpha_1 = \frac{S_{t1}}{S_{n1}}, \quad \tan \alpha_2 = \frac{S_{t2}}{S_{n2}}, \quad (52),(53)$$

so kann man die fehlenden Aussagen über das Verhalten von  $S_{t1}$  und  $S_{t2}$  über den Zusammenhang von Stromdichte und Feldstärke, Gleichung (23), ausdrücken. Man erhält aus (52), (53) die Beziehungen

$$\tan \alpha_1 = \frac{S_{t1}}{S_{n1}} = \frac{\kappa_1 E_{t1}}{S_{n1}}, \quad (54)$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{S_{t2}}{S_{n2}} = \frac{\kappa_2 E_{t2}}{S_{n2}}. \quad (55)$$

Bildet man abschließend den Quotienten von (54) und (55) erhält man das Brechungsgesetz

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}. \quad (56)$$

### • Übergang zu idealen Medien:

a) Ideal leitendes Medium 2 :

Man stellt das Brechungsgesetz (56) um

$$\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2 \cdot \frac{\kappa_1}{\kappa_2}, \quad (57)$$

lässt anschließend  $\kappa_2 \rightarrow \infty$  gehen und erhält:

$$\alpha_1 = 0. \quad (58)$$

Interpretation:

- Feldlinien treten senkrecht in ideale Leiter ein/aus
- Die Grenzfläche ist eine Äquipotentialfläche

Über die Verhältnisse im Medium 2 kann man nichts aussagen.

b) Ideal isolierendes Medium 2 :

In gleicher Weise erhält man aus (57) für den Fall, das  $\kappa_2 \rightarrow 0$  geht, die Beziehung

$$\alpha_1 = 90^\circ. \quad (59)$$

Interpretation:

- Die Feldlinien verlaufen parallel zur Grenzfläche
- Die Grenzfläche ist eine Feldlinie
- Das  $\mathbf{E}$ -Feld ist am Übergang stetig

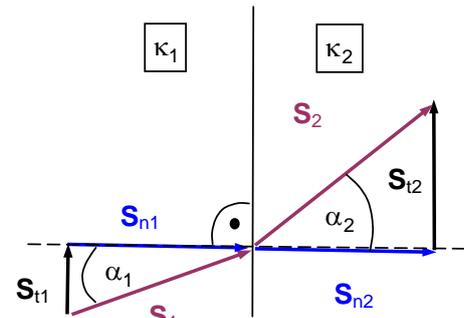


Abbildung 12: Stromdichtekomponenten und Eintrittswinkel

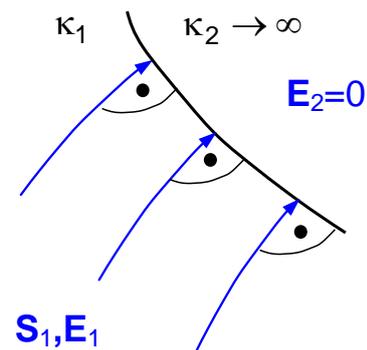


Abbildung 13: Übergang zum idealen Leiter

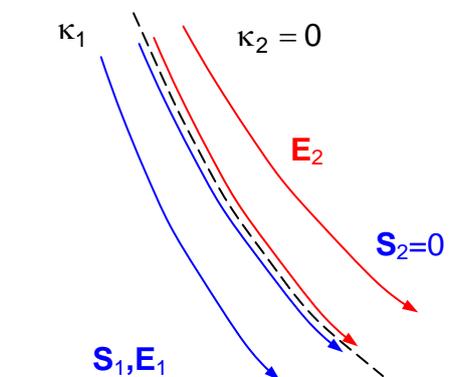


Abbildung 14: Übergang zum idealen Nichtleiter

## 2.5. Grafische Konstruktion von Feldabbildungen

Eine maßstäbliche Konstruktion von Feldbildern ist nur für ebene Felder möglich, d.h. für Felder, die maximal von zwei Koordinatenrichtungen abhängen, z.B.  $\varphi(x,y)$  oder  $\mathbf{E}(x,y)$ . Eine Verwendung von Zylinderkoordinaten ist ebenfalls möglich.

In der grafischen Darstellung erscheinen dann die Äquipotentialflächen lediglich als Linien, die die Spur der Äquipotentialflächen in der  $xy$ -Ebene sind.

### Konstruktionsregeln:

- Elektroden sind Äquipotentialflächen
- Äquipotentialflächen in der Nähe der Elektroden haben nahezu deren Form,
- **S**- und **E**-Linien stehen senkrecht auf Äquipotentialflächen bzw. -linien,
- die Dichte dieser Feldlinien ist proportional zum Betrag der Feldstärke oder Stromdichte,
- Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen beachten,  $\mathbf{D}_n$ ,  $\mathbf{S}_n$  bzw.  $\mathbf{E}_t$  sind stetig,
- im **S**-Feld ist die Grenzfläche zum Nichtleiter eine Hüllfläche aus **S**-Linien,
- Materialbeziehungen:  $\mathbf{S} = \kappa \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$  beachten,
- Konstruktion quadratähnlicher Figuren aus **E**- und  $\varphi$ -Linien.

Ob beim Zeichnen mit  $\varphi$ -Linien (siehe Abbildung 15) oder **E**-Linien (siehe Abbildung 16) begonnen wird, hängt vom Beispiel ab. In den meisten Fällen muss man zwischen dem Zeichnen von  $\varphi$ -Linien und **E**-Linien mehrfach wechseln.

### Anwendungsbeispiele:

#### a) Winkelschiene mit Gegenelektrode:

1. Elektroden sind Äquipotentialflächen,
2.  $\varphi$ -Linien im ungestörten Teil (homogenes Feld) zeichnen,
3.  $\varphi$ -Linien im Übergangsgebiet zeichnen,
4. Quadratähnliche Figuren konstruieren, **E**-Linien zeichnen.

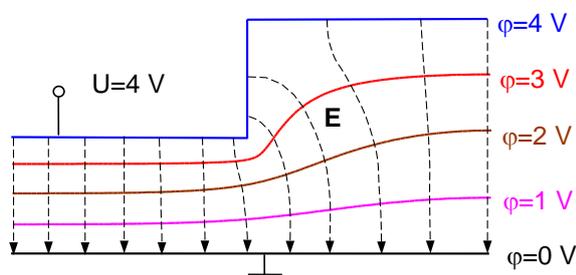


Abbildung 15: Feldverteilung in einer Winkelschiene

#### b) Koaxialkabel:

1. **E**-Linien (radialsymmetrisch) zeichnen,
2. Elektroden sind Äquipotentialflächen,
3. Quadratähnliche Figuren konstruieren,  $\varphi$ -Linien zeichnen.

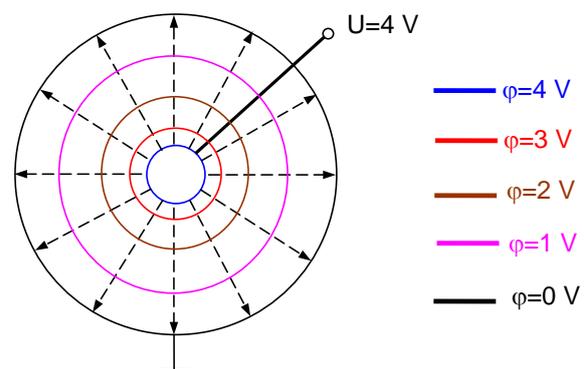


Abbildung 16: Feldverteilung in einem Koaxialkabel

Der Teilstrom  $\Delta I$ , der zwischen zwei benachbarten Strömungslinien fließt, ist konstant. Zweckmäßigerweise wird er zwischen allen Strömungslinien gleich groß gewählt (ausgewählte Strömungslinien). Dann ergibt sich bei Konstruktion quadratähnlicher Figuren auch ein konstantes  $\Delta\varphi$  zwischen Potentiallinien.

## 2.6. Analogie zwischen stationärem Strömungsfeld, elektrostatischem Feld und Magnetfeld

Zwischen den Definitionen und Gesetzmäßigkeiten des stationären Strömungsfeldes, des elektrostatischen Feldes sowie des stationären Magnetfeldes besteht eine weitgehende formale Analogie. Auf Grund dieser formalen Übereinstimmungen zeigen die Felder weitgehend gleiches Verhalten im mathematischen Sinn. Damit bleibt die experimentelle Methode der Feldermittlung im elektrolytischen Trog nicht allein auf das stationäre Strömungsfeld beschränkt. Durch entsprechende Zuordnung der Feldgrößen können die Ergebnisse des Strömungsfeldes auch auf das elektrostatische und in gewissen Grenzen auch auf das stationäre Magnetfeld übertragen werden, siehe Tabelle 1.

Tabelle 1: Analogiebeziehungen zwischen den Feldern

	<b>Stat. Strömungsfeld</b>	<b>Elektrostatisches Feld</b>	<b>Stat. Magnetfeld</b>
Potential	elektrostatisches Potential $\varphi$	elektrostatisches Potential $\varphi$	magnetisches Skalarpotential $\varphi_m$
Feldstärke	elektrische Feldstärke $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$	elektrische Feldstärke $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$	magnetische Feldstärke $\mathbf{H} = -\text{grad } \varphi_m$
Materialkenngröße	Leitfähigkeit $\kappa$	Permittivität $\varepsilon$	Permeabilität $\mu$
Flussgröße	Stromdichte $\mathbf{S} = \kappa \mathbf{E}$	Verschiebungsflussdichte $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$	magnet. Flussdichte $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
Fluss	elektrischer Strom $I = \int_{(A)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}$	Verschiebungsfluss $\Psi = \int_{(A)} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$	magnetischer Fluss $\Phi = \int_{(A)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$
Grundgesetz	$\oint_{(A)} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = 0$	$\oint_{(A)} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q$	$\oint_{(A)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
Umlaufintegral („Maschensatz“)	$\oint_{(S)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0$	$\oint_{(S)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0$	$\oint_{(S)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r} = \Theta$
Brechungsgesetz	$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$	$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$	$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

### Anmerkungen:

- Beim elektrostatischen Feld gilt die Analogie vollständig, wenn raumladungsfreie Gebiete außerhalb von Elektroden betrachtet werden.
- Die Darstellung des magnetischen Feldes durch ein skalares Potential  $\varphi_m$  ist nur in Gebieten möglich, in denen für jeden beliebigen geschlossenen Integrationsweg die Summe der umfassten Ströme Null ergibt. Dazu ist notwendig, dass das umfasste Gebiet frei von Strömen ist.

## 2.7. Prinzipschaltung des elektrolytischen Troges

Das Ausmessen des Potentialfeldes erfolgt im elektrolytischen Trog mit Hilfe einer Brückenschaltung, siehe Abbildung 17.

Durch die Speisung mit Wechselspannung werden Polarisationserscheinungen an den Grenzflächen zwischen den Elektroden und dem Elektrolyten verhindert, die die Messergebnisse verfälschen könnten.

An der Widerstandsdekade  $R$  wird am Abgriff ein bestimmtes Potential eingestellt, das der Spannung gegenüber dem Masseanschluss entspricht.

Mit Hilfe der beweglichen Tastsonde werden im elektrolytischen Trog Punkte auf gleichem Potential gesucht, d.h. es wird der Brückenabgleich herbeigeführt. Die so ermittelten Punkte liegen auf einer Linie gleichen Potentials (Äquipotentiallinie).

Der Brückenabgleich wird von einem Nullindikator angezeigt, in der Versuchsanordnung ist das das elektronische Voltmeter.

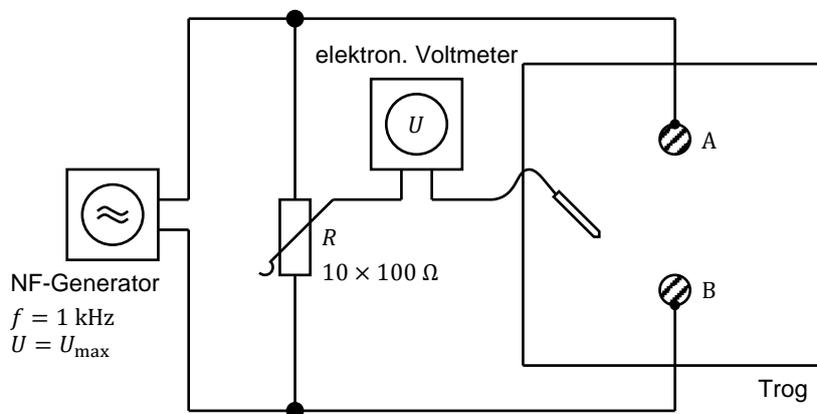


Abbildung 17: Messprinzip des elektrolytischen Troges

### 3. Vorbereitungsaufgaben

- 3.1. Gegeben ist eine Elektrodenanordnung nach Abbildung 18. Dazwischen befindet sich ein leitendes Medium. An der Zylinderelektrode liegt ein positives Potential  $\varphi = 10 \text{ V}$  an, der äußere Metallrand sei geerdet. Zeichnen Sie ausgewählte Strömungs- und Äquipotentiallinien ein.

**Hinweis:** quadratähnliche Figuren konstruieren.

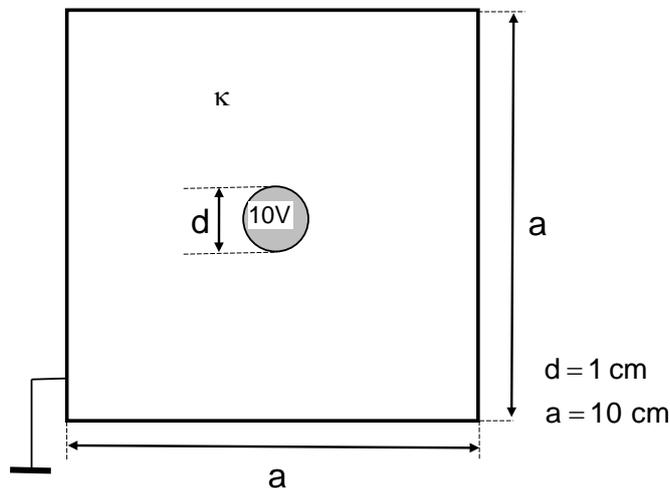


Abbildung 18: Zylindrische Innen- und quadratische Außenelektrode

- 3.2. Gegeben ist eine koaxiale Leiteranordnung nach Abbildung 19. Das Medium zwischen den Elektroden hat eine Leitfähigkeit  $\kappa = 10^{-4} \text{ S/cm}$ . Die Höhe in z-Richtung ist  $h = 2 \text{ cm}$ . Vom Innen- zum Außenleiter fließt ein Strom von  $I = 0,1 \text{ A}$ .

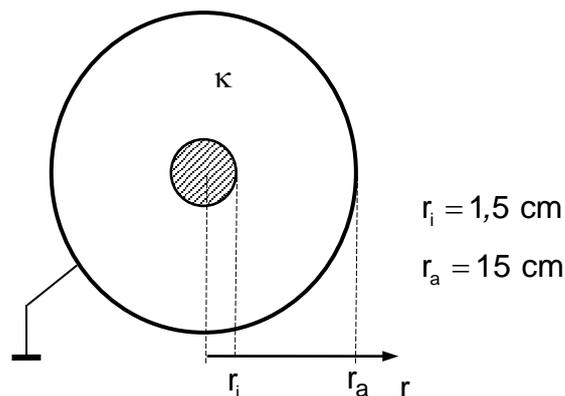


Abbildung 19: Konzentrische Elektrodenanordnung

- 3.2.1. Berechnen Sie allgemein und zahlenmäßig die Stromdichte  $S(r)$ , die Feldstärke  $E(r)$ , das Potential  $\varphi(r)$ , den Widerstand  $R$  zwischen Innen- und Außenleiter sowie die Spannung  $U$ .
- 3.2.2. Zeichnen Sie maßstäblich für die in Abbildung 19 gegebene Elektrodenanordnung die Verläufe  $S(r)/S_{max}$ ,  $E(r)/E_{max}$  und  $\varphi(r)/U$ .

---

## **4. Messaufgaben**

- 4.1. Nehmen Sie die ausgewählten Äquipotentiallinien für zwei symmetrisch im Trog aufgestellte Zylinderelektroden gleichen Durchmessers ( $D=3\text{cm}$ ) bei folgenden Randbedingungen auf:
- a) Rand ist Leiter,
  - b) Rand ist Nichtleiter.
- Wählen Sie für die Messungen als Potentialdifferenz  $\Delta\varphi = 0,1 \cdot U$  zwischen den einzelnen Äquipotentiallinien.
- c) Zeichnen Sie den Potentialverlauf längs einer Verbindungsgeraden durch die Mitte beider Elektroden.
- 4.2. Ermitteln Sie den Verlauf der Äquipotentiallinien für  $\Delta\varphi = 0,1 \cdot U$ , wenn in das Feld der Anordnung 4.1.b) ein geschlossener Leiter (Ring) mittig eingebracht wird. Überzeugen Sie sich von der elektrostatischen Abschirmung des Leiters auf den eingeschlossenen Raum.
- 4.3. Setzen Sie die Elektrode mit dem Durchmesser  $D = 10 \text{ cm}$  in die Achsenmitte der Trogfläche, der Rand ist dabei ein Leiter. Nehmen Sie die Äquipotentiallinien für  $\Delta\varphi = 0,1 \cdot U$  auf. Zeichnen Sie den Potentialverlauf auf einer Geraden durch die Mitte des Troges.
- 4.4. Ermitteln Sie den Verlauf der Äquipotentiallinien für  $\Delta\varphi = 0,1 \cdot U$  bei der Anordnung Spitze-Platte.
- 4.5. Tragen Sie in die messtechnisch ermittelten Potentialfelder der Aufgaben 4.1. bis 4.4. ausgewählte Strömungslinien ein.
- 4.6. Bestimmen Sie die Widerstände  $R$  zwischen einer äußeren Zylinderelektrode A mit dem Radius  $r_A$  und verschieden großen, konzentrisch zu A angeordneten Zylinderelektroden, die jeweils verschiedene Radien  $r_B$  haben. Stellen Sie die Funktion  $R(r_A/r_B)$  graphisch dar.

## Versuch ET 10 – Elektrolytischer Trog

### Platzanleitung

### Geräteliste

- 1 elektrolytischer Trog
- 1 Satz Elektroden
- 1 NF-Generator PHYWE
- 1 elektronisches Voltmeter PRACTRONIC MV 20 bzw. Peak Tech 5300 MVM
- 1 Dekadenwiderstand  $R = 10 \times 100 \Omega$
- 1 Widerstandsanzordnung  $R = 3 \times 100 \Omega$
- 1 technischer Kurbelwiderstand

### Allgemeine Hinweise

Die Feldbilder sind übersichtlich in die vorgedruckten Diagrammblätter zu zeichnen.

Bei der Aufnahme der Äquipotentiallinien können bestehende Symmetrien der Elektrodenkonfigurationen zur Reduzierung des Messaufwandes genutzt werden!

### Versuchsdurchführung

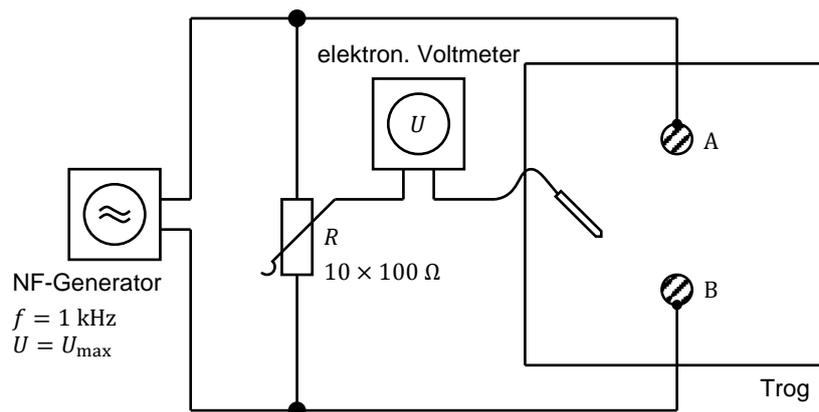


Abbildung 1: Messschaltung 1 (Aufgaben 4.1 – 4.4)

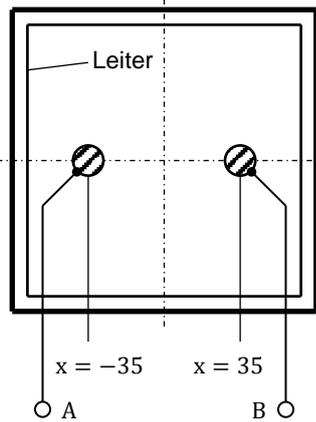


Abbildung 2: Elektrodenanordnung Aufgabe 4.1 a)

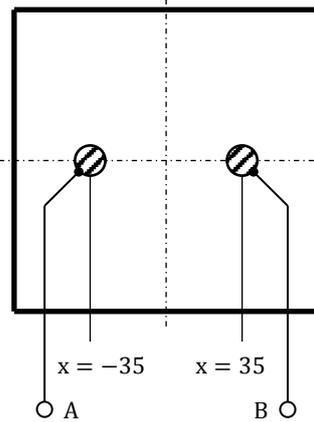


Abbildung 3: Elektrodenanordnung Aufgabe 4.1 b)

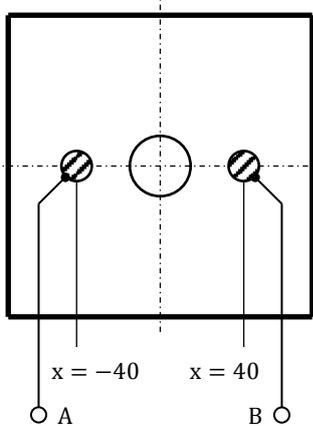


Abbildung 4: Elektrodenanordnung Aufgabe 4.2

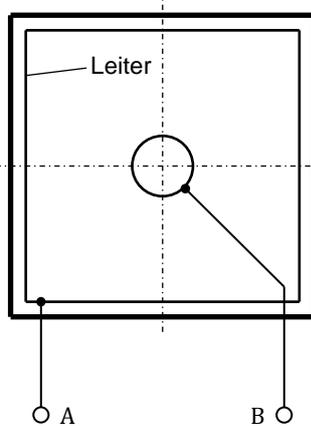


Abbildung 5: Elektrodenanordnung Aufgabe 4.3

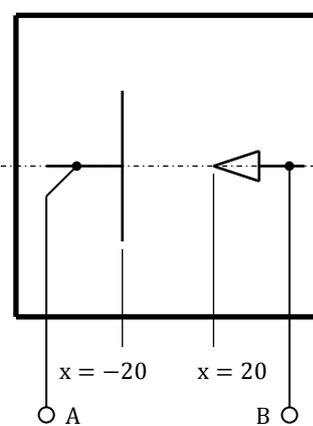


Abbildung 6: Elektrodenanordnung Aufgabe 4.4

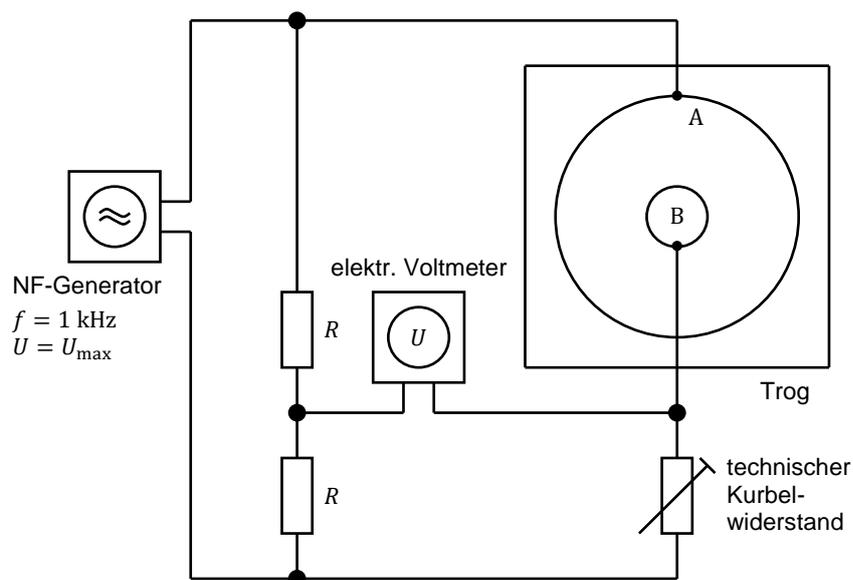


Abbildung 7: Messschaltung 2 (Aufgabe 4.6)