
Zuverlässigkeit tragender Baukonstruktionen

Das vorliegende Skript wurde im Original mit dem Programmsystem *MATHEMATICA*® von *WOLFRAM-Research* [<http://www.wolfram.com>] geschrieben und erstmals auf den Webseiten der Hochschule für Technik und Wirtschaft in Dresden (University of Applied Sciences) [<http://www.htw-dresden.de>] veröffentlicht. Die Schrift trägt den Charakter eines Arbeitskonzepts, so dass ich für Hinweise und Anregungen aller Art, einschließlich zu Rechtschreibung, Grammatik und Druckbild sehr dankbar bin.

Mit meinem Beitrag erhebe ich keinen Anspruch auf irgendeine Vollständigkeit bzw. Allgemeingültigkeit. Ich möchte einzig und allein an exemplarischen Problemstellungen der Baumechanik logisch einfache mathematisch-physikalische Lösungsmethoden zur Diskussion stellen.

Mirko Slavik, Dresden

0 Inhaltsverzeichnis

- 1 Literatur
- 2 Begriffe, Definitionen
- 3 DIN 1055-100
 - 3.1 Einleitung
 - 3.2 Charakteristische und andere repräsentative Werte
 - 3.3 Bemessungswerte
 - 3.4 Anhang B der DIN 1055-100 [3]
- 4 Berechnungsmethoden
 - 4.1 Einleitung
 - 4.2 Allgemeines zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit
 - 4.3 Strenge Lösung, alle Basisvariablen sind Zufallsgrößen
 - 4.4 Normalverteilte, unabhängige Basisvariable

Anmerkung: Der Text ist in *Kapitel*, *Abschnitte* und *Absätze* unterteilt, wobei die *Absätze* nummeriert sind, um die logische Reihenfolge bei der Ausarbeitung sowohl der einzelnen Problemstellungen als auch ihrer Lösungswege transparenter zu machen. Die Kennzeichnung der *Bilder* bezieht sich in der Regel auf die jeweilige Absatznummer. Hingegen erhalten die *Gleichungen* keine eigenständige Nummerierung, sind aber in ihrem logischen Kontext ebenfalls den jeweiligen Absatznummern zugeordnet.

1 Literatur

- [1] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1987
- [2] Zilch, K.; Diederichs, C.J.; Katzenbach, R.: Handbuch für Bauingenieure. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2002
- [3] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 100, Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Beuth Verlag GmbH, Berlin März 2001
- [4] Mayer, M.: Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften. Springer-Verlag, Berlin 1926

- [5] Schneider, J.: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen: Grundwissen für Ingenieure. B.G. Teubner-Verlag, Stuttgart 1994
- [6] Slavik, M.: Grundlagen der Stochastik. Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/Architektur, Lehrgebiet Baumechanik, Dresden 2007
<http://www.htw-dresden.de>
- [7] Thieme, D.: Abschätzung der Versagenswahrscheinlichkeit von Fachwerken mit der Monte-Carlo-Simulation. Bautechnik 73(1996)11, S. 766-769

DIN 1055-100 [3]: Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 100, Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Beuth Verlag GmbH, Berlin März 2001

Mayer, M. [4]: Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften. Springer-Verlag, Berlin 1926

Schneider, J. [5]: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen: Grundwissen für Ingenieure. B.G. Teubner-Verlag, Stuttgart 1994

Slavik, M. [6]: Grundlagen der Stochastik. Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/Architektur, Lehrgebiet Baumechanik, Dresden 2007

<http://www.htw-dresden.de>

Spaethe, G. [1]: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1987

Zilch, K.; Diederichs, C.J.; Katzenbach, R. [2]: Handbuch für Bauingenieure. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2002

2 Definitionen, Begriffe [1][2][3]

2.1 Die *Sicherheit* von Baustrukturen besitzt einen hohen gesellschaftlichen Stellenwert. Deshalb haben die führenden Industrienationen Richtlinien und Vorschriften erarbeitet, die dem allgemein anerkannten Wissenstand sowohl der Bauingenieurpraxis als auch der Wissenschaft entsprechen und die eine über hundertjährige Geschichte aufzuweisen haben. In den USA sind dies beispielsweise die ASTM-Standards, im Vereinigten Königreich die British Standards (BSs), in Deutschland die DIN-Normen und in Russland die SNiP-Vorschriften. In Europa erfolgt zurzeit eine sukzessive Anpassung der nationalen Bestimmungen an den einheitlichen EUROCODE.

2.2 Unter dem Begriff der *Tragwerkssicherheit* versteht man gemäß [3] die Eigenschaft eines Tragwerkes, Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit so zu gewährleisten, dass keine Gefährdung der öffentlichen Sicherheit und Ordnung auftritt. Die Gesamtmethodik zwecks Realisierung einer ausreichenden Tragwerkssicherheit kann man in drei miteinander verbundene Strategiefelder einteilen:

- Erzielen eines hinreichenden Sicherheitsabstandes zwischen Beanspruchung und Beanspruchungsfähigkeit einer tragenden Konstruktion mit Hilfe wissenschaftlich-technisch fundierter Berechnungsmodelle und -verfahren,
- Vermeidung menschlicher Fehlhandlungen durch Kontrolle und Überwachung,
- Begrenzung des Schadensausmaßes mittels robuster Bauweisen.

2.3 Die modernen *Sicherheitskonzepte* bedienen sich sowohl der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung als auch der mathematischen Statistik. Das gesamte Spektrum der verschiedenen möglichen Beanspruchungszustände eines Tragwerkes wird in der Regel in zwei Grenzzustände eingeteilt. Sie lauten:

- Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT),
- Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit (GZN).

2.4 Der Grenzzustand der Tragfähigkeit erfasst den Zustand des Totalversagens einer Tragstruktur bei Bruch, infolge Verlustes der Standsicherheit, bei einer Ausbildung von Gelenkketten oder infolge von Instabilitäten.

2.5 Beim Erreichen des Grenzzustandes der Gebrauchsfähigkeit ist eine uneingeschränkte Gebrauchstauglichkeit nicht mehr gewährleistet. Hierbei werden zwei Teilzustände unterschieden [3]:

- ein reversibler Zustand, bei dem keine bleibende Überschreitung des GZN bei entsprechendem Wegfall der Ursache auftritt und
- ein irreversibler Zustand, bei dem trotz Wegfall der Verursachung eine Überschreitung des GZN bestehen bleibt.

2.6 Auf der *Methode der Grenzzustände* basieren im Wesentlichen die modernen Vorschriftenwerke, womit die Philosophie der zulässigen Beanspruchungen, die eine mehr oder weniger empirische Sicherheitsanalyse darstellte, abgelöst worden ist. Die Methode der Grenzzustände wurde in Europa entwickelt und ist heute in der gesamten Welt anerkannt. Einer der ersten, der diese Vorgehensweise bereits 1926 anwendete, war der Deutsche M. MAYER [4].

2.7 Mit dem Begriff der *Zuverlässigkeit* wird die Gewährleistung des Sicherheitsabstandes in den einzelnen Grenzzuständen auf der Basis von wahrscheinlichkeitstheoretischen Berechnungsmethoden erfasst. Dies ist die quantitative Interpretation des Zuverlässigkeitsbegriffes. Qualitativ gesehen, versteht man unter Zuverlässigkeit, eine abstrakte Wahrscheinlichkeit, die eine Erfüllung von Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit bestätigt oder verneint.

2.8 Erfüllt ein Tragwerk und seine Teile die Fähigkeit, während seiner gesamten Nutzungsdauer tragfähig und gebrauchstauglich zu sein, dann ist es hinreichend *dauerhaft*.

2.9 Das jeweilige Berechnungsproblem in den einzelnen Grenzzuständen wird in der Regel auf der Basis des *R-S-Modells* gelöst. Mit der Größe *S* (engl. *stress*) beschreibt man die Seite der Beanspruchung einer Tragstruktur, eines Bauteils, einer baulichen Einrichtung. Dem Buchstaben *R* (engl. *resistance*) ist der Widerstand bzw. die Aufnahmefähigkeit des entsprechenden Objektes zugeordnet.

2.10 Zum Beispiel sind alle Lastmomente, die auf einen Turmdrehkran einwirken können, der Beanspruchung *S* zugeordnet. Der Kranführer muss die Tragfähigkeitsseite *R* des Kranes derart steuern und regeln, dass es zu keinem Umkippen, also Überschreiten des zulässigen Lastmomentes kommt.

2.11 Die Grundforderung nach Einhaltung eines Grenzzustandes führt uns zu der fundamentalen Ungleichung:

$$S \leq R$$

2.12 Der Versagenszustand lautet somit:

$$R - S < 0$$

3 DIN 1055-100 [3]

3.1 Einleitung

3.1.1 Zielstellung des vorliegenden *Kapitels 3* ist es einzig und allein anhand der DIN 1055-100 beispielhaft einen ersten, ausschließlich pointierten Einblick in die Denkprinzipien und die Sprachstrukturen, die auf dem Gebiet der Normung zur Zuverlässigkeitsberechnung von Baustrukturen anzutreffen sind, zu geben. Eine umfassende Kenntnis der Zusammenhänge kann nur mit dem für einen Bauingenieur unabdingbaren Selbststudium der jeweils geltenden Norm erreicht werden.

3.1.2 Die DIN 1055-100 [3] mit dem Titel "Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln" fixiert die Anforderungen und Grundlagen für die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Tragwerken.

3.1.3 Nach der Abgrenzung des Anwendungsbereiches im Abschnitt 1 von [3] und den normativen Verweisungen im Abschnitt 2 folgt mit Abschnitt 3 eine außerordentlich umfangreiche und detaillierte Erläuterung der Begriffe. Abschnitt 4 ist den grundlegenden Anforderungen an ein Bauwerk und seiner Dauerhaftigkeit gewidmet. Im Abschnitt 5 wird ein Kurzüberblick zu den Modellen für Einwirkungen und Umwelteinflüsse gegeben.

3.1.4 Schwerpunkt der Norm sind die Aussagen

- zu den charakteristischen und anderen repräsentativen Werten (Abschnitt 6),
- zum Nachweisverfahren der Teilsicherheitsbeiwerte (Abschnitt 7),
- zu den Bemessungswerten (Abschnitt 8) und
- zu den Grenzzuständen GZT und GZN (Abschnitte 9 und 10).

3.1.5 Im Anhang A werden Bemessungsregeln für Hochbauten erläutert. Dieser Teil hat einen normativen Charakter. Im informativen Anhang B sind die Grundlagen für die Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten und für eine Zuverlässigkeitsanalyse ausgewiesen.

3.2 Charakteristische und andere repräsentative Werte

3.2.1 Der charakteristische Wert einer Einwirkung F_k , der den Normen der Reihe DIN 1055 oder einer anderen entnommen werden kann, stellt entweder den Mittelwert eines statistischen Ensembles oder den oberen bzw. unteren Wert oder den Nennwert einer Einwirkung dar.

3.2.2 Der charakteristische Wert einer ständigen Einwirkung wird als G_k bezeichnet, wenn die Variationsbreite (Variationskoeffizient) $V_G \leq 0.1$ ist. Da hierbei in der Regel davon ausgegangen werden kann, dass es während der Nutzungsdauer zu keinen nennenswerten Änderungen kommt, darf für G_k der Mittelwert in Ansatz gebracht werden. Unter dem Variationskoeffizienten einer Basisvariablen versteht man das Verhältnis von Standardabweichung zum Mittelwert der Grundgesamtheit dieser Zufallsgröße bzw. Zufallsfunktion (vgl. hierzu u. a. Absatz 7.10 in [6]).

3.2.3 Wenn aber selbst bei einem kleinen $V_G \leq 0.1$ eine hohe Sensibilität des Tragwerkes auf Veränderungen der ständigen Einwirkung vorliegt, dann sollte wie bei $V_G > 0.1$ entweder $G_{k,inf}$ als untere 5%-Fraktile (Quantile) oder $G_{k,sup}$ als obere 95%-Fraktile (Quantile) verwendet werden (vgl. hierzu u. a. Abschnitt 8 in [6]).

Anmerkung: Die Abkürzung *inf* bedeutet *Infimum*, lateinisch *das Unterste*, *sup* hingegen *Supremum*, lateinisch *das Oberste*. Die Quantile oder Fraktile ist ein Streuungsmaß, welches die Gesamtheit einer statistischen Verteilung in gleiche Teile aufschlüsselt.

3.2.4 Für den charakteristischen Wert einer veränderlichen Einwirkung wurde die Abkürzung Q_k eingeführt. Wenn dessen Wahrscheinlichkeitsverteilung unbekannt ist, wird mit einem festgelegten Nennwert gearbeitet.

3.2.5 In der Regel ist bei zeitabhängigen veränderlichen Einwirkungen der charakteristische Wert wie folgt definiert: Der maßgebende Wert werde mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% während einer Bezugsdauer von einem Jahr nicht überschritten oder im Mittel nicht häufiger als *einmal* in 50 Jahren erreicht.

3.2.6 Der Druck von Flüssigkeiten kann in Abhängigkeit von den Randbedingungen als veränderliche oder als ständige Einwirkung angesehen werden.

3.2.7 Außergewöhnliche sowie seismische Einwirkungen werden im Prinzip nicht als charakteristische Werte, sondern als Bemessungswerte geführt.

3.2.8 Von den repräsentativen Werten veränderlicher Einwirkungen ist der charakteristische Wert der entscheidende (siehe Absatz 3.2.1). Andere repräsentative Werte von veränderlichen Einwirkungen F_{rep} sind der Kombinationswert, der häufigste Wert und der quasi-ständige Wert.

3.2.9 Der Beiwert ψ_0 im *Kombinationswert* $Q_k \cdot \psi_0$ dient der Absicherung der Zuverlässigkeit bei Einwirkungskombinationen in den Grenzzuständen GZT und GZN. Der Kombinationswert repräsentiert die geringere Wahrscheinlichkeit, die beim gleichzeitigen Auftreten der ungünstigsten Werte mehrerer voneinander unabhängiger veränderlicher Einwirkungen zu verzeichnen ist (vgl. den Produktsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Absatz 6.11 in [6]).

3.2.10 Der Beiwert ψ_1 im *häufigsten Wert* $Q_k \cdot \psi_1$ ist so festgelegt, dass dessen Überschreitungshäufigkeit auf *300mal je Jahr* bzw. 5% eingegrenzt ist.

3.2.11 Der Beiwert ψ_2 im *quasi-ständigen Wert* $Q_k \cdot \psi_2$ wiederum erklärt diesen zum zeitlichen Mittelwert, der mit einer Häufigkeit von 50% über- bzw. unterschritten wird.

Anmerkung: Weitere Zusammenhänge sind den aktuellen Normen zu entnehmen.

3.3 Bemessungswerte

3.3.1 Der Bemessungswert F_d einer Einwirkung stellt allgemein eine Verknüpfung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_F mit dem repräsentativen Wert dar:

$$F_d = \gamma_F F_{rep}$$

3.3.2 Dieser Teilsicherheitsbeiwert, berücksichtigt ungünstige Abweichungen, ungenaue Modellparameter sowie Unsicherheiten in der Abschätzung der Folgewirkungen. Der repräsentative Wert (siehe

Abschnitt 3.2) stellt entweder den charakteristischen Wert oder einen anderen repräsentativen Wert der Einwirkung dar.

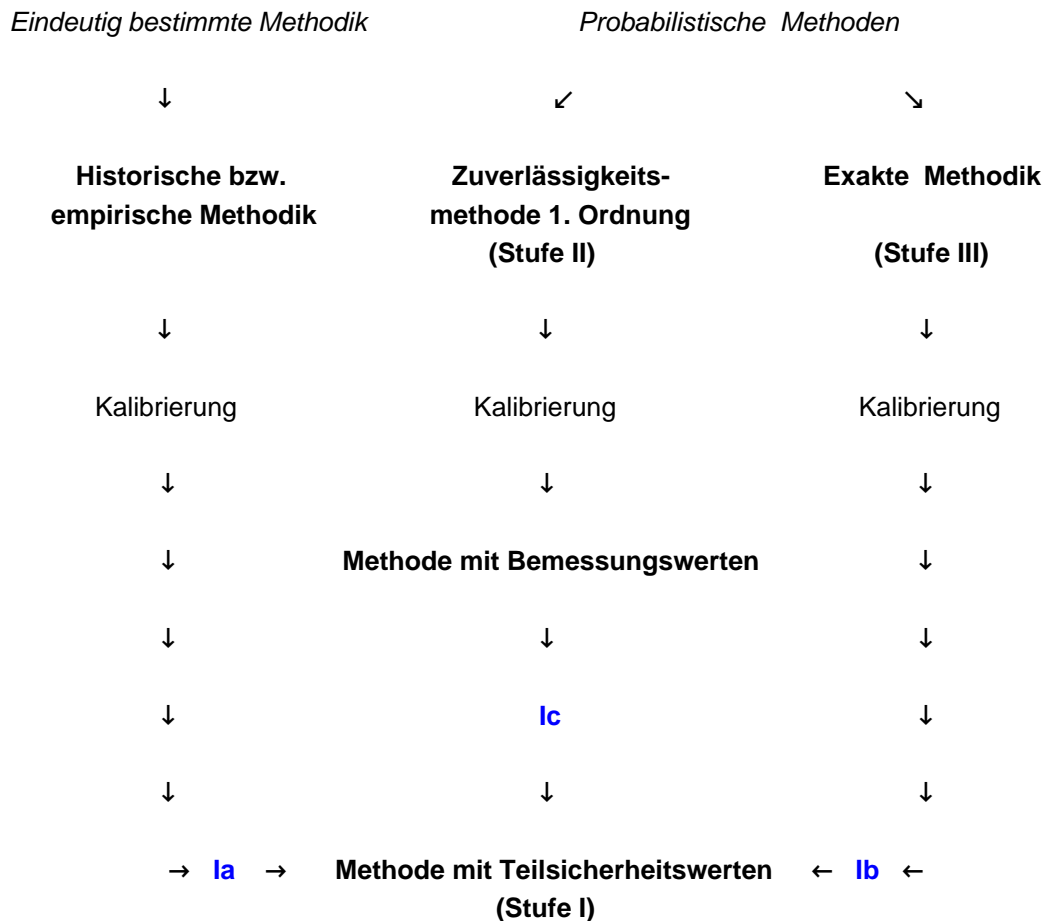
Anmerkung: Weitere Zusammenhänge sind den aktuellen Normen zu entnehmen.

3.4 Anhang B der DIN 1055-100 [3]

3.4.1 Bei der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt eine Bewertung der Basisvariablen mittels Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerten, in deren Ergebnis die Bemessungswerte der einzelnen Grenzzustandsnachweise stehen.

3.4.2 Die Bestimmung der Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerte kann auf zwei Arten erfolgen: Zum einen über eine empirische Kalibrierung, zum anderen auf Basis statistischer Methoden.

3.4.3 Wir geben gemäß [3] einen Überblick zu den Stufen der Zuverlässigkeitsanalyse, wie sie Stand des heutigen Ingenieurwissens sind:



3.4.4 Bei den Stufen II und III werden für das Zuverlässigkeitsmaß die Versagens- bzw. Überlebenswahrscheinlichkeit (siehe Absatz 4.1.2) genutzt, die aber nur einen operativen Charakter haben (vgl. hierzu Absatz 4.1.5). Die europäischen Einwirkungs- und Bemessungsnormen des Eurocode basieren im Prinzip auf der Methodik Ia, wobei mittels der Verfahrensweisen über Ic wesentlich fundiertere Festlegungen getroffen werden konnten.

3.4.5 Als sehr zweckmäßig für die praktische Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie bei tragenden Konstruktionen hat sich bei der Stufe II die Einführung des Zuverlässigkeitsindex β erwiesen. Ausführliche mathematische Ableitungen hierzu können dem *Absatz 4.4* entnommen werden.