Komplexe Systeme

Das vorliegende Skript wurde im Original mit dem Programmsystem *MATHEMATICA®* von *WOLFRAM*-Research [http://www.wolfram.com] geschrieben und erstmals 2007 auf den Webseiten der Hochschule für Technik und Wirtschaft in Dresden (University of Applied Sciences) [http://www.htw-dresden.de] veröffentlicht. Die Schrift trägt den Charakter eines Arbeitskonzepts, so dass ich für Hinweise und Anregungen aller Art, einschließlich zu Rechtschreibung, Grammatik und Druckbild sehr dankbar bin.

Mirko Slavik, Dresden

---

3 Einführung in die Theorie komplexer Systeme

Kompliziert oder komplex? [1][2]

3.1 Im bisherigen technischen Denken wurden und werden die Begriffe *komplex* und *komplizier*t meistens als gleichwertig betrachtet. In den Naturwissenschaften jedoch hat sich in den letzten Jahrzehnten offensichtlich ein Paradigmenwechsel vollzogen, was die Interpretation der Komplexität von künstlichen und natürlichen Systemen betrifft. Im Ergebnis dessen steht eine klare Trennung in der Benutzung der Termini "komplex" und "kompliziert".

3.2 Ein kompliziertes System erscheint in seinem Gesamtbild verworren, kann jedoch mittels Aufschlüsselung in kleinere, überschaubare Teile relativ einfach dechiffriert werden. Hingegen hat ein komplexes System Merkmale, die seine Einzelteile ursächlich nicht in sich selbst tragen müssen. Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Bestandteile. Derartige Phänomene versucht man in der zeitgenössischen Wissenschaft mit dem Begriff der *Emergenz* (siehe *Abschnitt 2*) zu erfassen. Es wird deshalb auch von den *emergenten Merkmalen (emergent property)* eines komplexen Systems gesprochen.

3.3 Als Beispiel eines komplizierten Systems könnte das Ordnungsprinzip der Einbahnstraßenregelung für die Hauptstraßen im Stadtzentrum von Kuala Lumpur angesehen werden. Wird deren Grundcharakter erkannt, findet man sich als Ortsfremder recht schnell zurecht. Würden hierbei aber Ausnahmen auftreten, müssten Rückkopplungen gefunden werden, das System erhielte tendenziell einen komplexen Charakterzug. Existierte in der Anordnung der Einbahnstrassen kein Ordnungsprinzip, empfänden wir diese Stadt als regellos.

3.4 Ein komplexes System trägt die Anlage zur chaotischen Entartung in sich. Jedoch muss ein chaotisches System [3][4] nicht implizit auch komplex sein. Von chaotischen Verhaltensweisen spricht man, wenn kleinste Änderungen in den Anfangsbedingungen unerwartete Abweichungen von den sonst gültigen Zuordnungen zwischen Ursache und Wirkung zur Folge haben. Ein chaotischer Vorgang ist über längere Zeiträume betrachtet nicht voraussagbar. Der Grad der Komplexität eines irregulären Systems, ist allerdings gering (siehe *Absatz 3.6*).

3.5 Um die Ursprünge der modernen komplexen Systemtheorie zu finden, müssen wir zu Mathematikern bzw. Logikern zurückgehen, die Wissenschaftsgeschichte geschrieben haben: David HILBERT (1862-1943), Kurt GÖDEL (1906-1978) und Alan M. TURING (1912 - 1954). Ihre Nennung im Zusammenhang mit den komplexen Systemen basiert auf der Tatsache, dass sie entscheidende Anregungen zur Problematik der Berechenbarkeit von Algorithmen geliefert haben.

3.6 Als *Maß der Komplexität* eignen sich sowohl die von Informationstheoretikern und Logikern eingeführte Größe des *algorithmischen Informationsgehalts AIC (algorithmic information content)* [2] als auch die *effektive Komplexität* (vgl. auch *Abschnitt 2*). Streng genommen bezieht sich der *AIC* auf die kleinstmögliche Länge eines Rechenprogramms (Algorithmus). Wichtig hierbei ist der Anteil an geordneten und ungeordneten Bestandteilen. So ist beispielsweise eine Bitfolge aus lauter Einsen vollkommen regelmäßig. Eine solche Nachricht ist sehr kurz. Sowohl ihr *AIC* als auch ihre *effektive Komplexität* sind nahe der Null. Hingegen ist bei einem sich in völliger Unordnung befindenden Prozess die Bitfolge relativ lang. Es ist keine Komprimierung des Rechenprogramms möglich. Der *AIC* erreicht ein Maximum, die *effektive Komplexität* jedoch bleibt ebenfalls gering. Erst bei einer Bitfolge mit einem durchschnittlichen *AIC*, der ein bestimmtes Verhältnis an geordneten und ungeordneten Anteilen besitzt, ist eine größtmögliche *effektive Komplexität* zu erwarten.

3.7 Das Auffinden der kürzesten Beschreibung eines Algorithmus ist außerordentlich schwierig. Der Grad der Komplexität wird deshalb häufig überschätzt. Das einst von Ernst MACH (1838-1916) geforderte Prinzip der Denkökonomie hinsichtlich der Suche nach Einfachheit im Gegenspiel zur Kompliziertheit, muss heute wesentlich weiter gefasst werden. Im Sinne von Albert EINSTEIN (1879-1955) oder Paul DIRAC (1902-1984) sollen mathematisch-physikalische Modelle so einfach wie möglich, dürfen aber nicht *vereinfacht* sein. Bei Vereinfachungen werden komplexe Zusammenhänge in der Tendenz bewusst oder unbewusst unkenntlich gemacht.

Zwischen Regularität und Chaos [11][12][13]

3.8 Komplexität liegt zwischen Ordnung und Unordnung. Betrachten wir die Bilder eines Kristallgitters, einer Schneeflocke und der Atome eines Gases, dann haben wir eine geordnete, eine komplexe und eine zufällige Struktur vorliegen. Die regelmäßigen Anordnungen der Atome und Moleküle eines Kristalles bereiten einer quantitativen physikalischen Beschreibung kaum Schwierigkeiten. Die zufällige Struktur der Atombewegungen innerhalb des Gases ist durch eine hohe Unordnung sprich große Entropie charakterisiert. Das Gas als Einheit besitzt jedoch Eigenschaften, die nicht mit denen seiner Bestandteile korrelieren (vgl. A*bsatz 3.2*). Doch Emergenz und Entropie allein sind als Maß für eine komplexe Struktur nicht ausreichend. Betrachtet man das Beispiel der Schneeflocke, ein klassisches Fraktal der Natur (siehe *Absatz 3.17*), so bekommt man eine Ahnung davon, dass Komplexität offensichtlich geprägt wird durch Vielfalt entlang verschiedener Längenskalen (vgl. *Abschnitt 5*).

3.9 Die Grundgesetze der Physik gelten für komplexe Systeme uneingeschränkt. Mit dem wachsenden Grad an Komplexität geht eine Einschränkung der Gültigkeit der innewohnenden Gesetzmäßigkeiten einher (Gesetzeskegel). Es lässt sich folgende Hierarchie postulieren: Physik, Chemie, Biologie und sozio-kultureller Bereich. Die Gesetzeskegel werden dabei von links nach rechts spitzer. Anders ausgedrückt, der zur Physik gehörende Kegel hält die wenigsten Einschränkungen für die Entfaltung komplexer Prozesse bereit. Im Bereich der bewussten Eingriffe durch den Menschen sind sie am größten.

3.10 Komplexe Vorgänge tragen stets den Zeitpfeil in sich. Es finden Interaktionen und Rückkopplungen statt. Komplexe Systeme weisen somit auch evolutionäre Merkmale auf. Damit ein System sich aber entwickeln kann, darf es sich nicht ausschließlich in einem Gleichgewichtszustand befinden. Es muss in der Regel offen sein, mit seiner Umgebung wechselwirken. Das Nichtgleichgewicht ist somit ein Charakteristikum wie die Nichtlinearität. Sich zeitlich verändernde äußere Kräfte oder die Dämpfung stellen beispielsweise Störungen des Gleichgewichts baudynamischer Systeme dar. Diese sind streng genommen nichtlinear (vgl. hierzu [10]), doch in der Baupraxis werden sie in der Regel zu linearen Modellen *vereinfacht*, womit eventuell vorhandene komplexe Charakterzüge unerkannt bleiben müssen.

3.11 Die grundlegenden Ideen der Physik der Selbstorganisation [8] in offenen Systemen gehen u. a. auf Erwin SCHRÖDINGER (1887 - 1961), Alan M. TURING (1912 - 1954), Ilya PRIGOGINE (1917 - 2003), Manfred EIGEN (*1927) und Hermann HAKEN (*1927) zurück. Wie wandern Sanddünen? Wie entstehen Sandrippeln? Wie bilden sich Lawinen? Die Physik der Selbstorganisation versucht darauf Antwort zu geben, indem sie die systemimmanenten Mechanismen komplexer Strukturen analysiert.

3.12 Im Ausnahmefall können jedoch auch abgeschlossene Systeme komplexe Phänomene zeigen, wenn Phasenübergänge von geordneten zu weniger geordneten Zuständen auftreten. Eine solche Phasenübergangssituation nennt man kritischer Punkt.

3.13 Komplexes Verhalten ist die Fähigkeit eines Systems zwischen Chaos und Regularität zu operieren. Ein komplexes System ist durch einen schwer zu definierenden Abstand zum Chaos charakterisiert. So stellt ein nichtlinearer Einmassenschwinger [5, *Abschnitt 8*] ein komplexes System dar. Sein Lösungsalgorithmus basiert auf einer einfachen Rekursionsgleichung (vgl. DUFFINGgleichung [6]). Dieses System trägt in sich die Anlage zu chaotischem Verhalten. Bei bestimmten Anfangsbedingungen treten statt der üblichen regulären, chaotische Schwingungserscheinungen auf.

3.14 Ein anderes allgemein bekanntes Beispiel zum Aufzeigen komplexer Phänomene ist die Populationsgleichung des belgischen Mathematikers und Soziologen Pierre François VERHULST (1804-1849) aus dem Jahre 1845. Bei natürlichen Wachstumsprozessen können infolge nichtlinearer Rückkopplungseffekte drei Szenarien auftreten:
- Eine beliebige Anzahl an Individuen einer Ausgangspopulation erzeugt nach einigen Generationen eine stabile Population.
- Über mehrere Generationen schwankt eine Population zyklisch zwischen bestimmten Maxima und Minima
- Die Populationsschwankungen von Generation zu Generation sind irregulär, chaotisch.

3.15 Die VERHULSTbeziehung wird auch als *logistisches Modell* bezeichnet. Es stellt eine triviale nichtlineare, iterative Gleichung dar, die im *Abschnitt 4* näher erläutert wird. Je nach Größe des Rückkopplungsparameters ist die Erzeugung verschiedener Szenarien möglich, die unter anderem auch selbstähnliche Muster enthalten.

3.16 Die Renaissance der logistischen Gleichung ist insbesondere mit dem Mathematiker Mitchel J. FEIGENBAUM verbunden. Das FEIGENBAUMdiagramm wurde eines der bekanntesten Wahrzeichen der Chaostheorie. Ohne die Hilfe leistungsfähiger Rechner wäre die Feinheit seiner Details nicht auffindbar, die Erfolge der Chaostheorie nicht möglich gewesen.

3.17 Am FEIGENBAUMdiagramm können viele Merkmale der Chaostheorie studiert werden, die mit den Begriffen Bifurkation, Periodenverdoppelung, Selbstähnlichkeit, Skalierung, Attraktor und Fraktal verbunden sind. Fraktale sind Objekte mit nicht ganzzahliger Dimension. Der Terminus des Fraktals wurde vom Mathematiker Benoît B. MANDELBROT eingeführt, der als Vater der fraktalen Geometrie der Natur gilt [7]. Im *Abschnitt 5* gehen wir darauf etwas näher ein.

3.18 Das Beispiel aus der Populationsdynamik verdeutlicht aber auch die enorme Bedeutung, die Parameteruntersuchungen bei nichtlinearen Systemanalysen besitzen. Selbst wenn bestimmte Parameter in der Natur nicht realisiert werden können, liefert die Untersuchung des mathematisch möglichen Wertebereiches mitunter erst den entscheidenden Erkenntnisgewinn zum Verhaltensmuster eines Systems (vgl. hierzu *Absatz 3.22*).

Zelluläre Automaten

3.19 Die Nichtlinearität ist eine entscheidende Voraussetzung komplexen Verhaltens. Komplexität entsteht dann bereits durch Iteration, Wiederholung einer einfachsten Operation.

3.20 Erhöht man die Betrachtungsebene auf viele wechselwirkende Komponenten (auch Agenten genannt), dann tritt zur Iteration ein weiteres Wesensmerkmal der Komplexität hinzu, die Interaktion.

3.21 Die im *Absatz 3.7* bereits angeschnittene Problematik der Vereinfachung von Gedankenmodellen, hat als Prinzip des Reduktionismus in der Physik zu beachtlichen Erkenntnissen geführt. Diese Vorgehensweise bezeichnet man heute als *Top-down-Prinzip*.

3.22 Die Theorie der komplexen Systeme offenbart die Grenzen des *Top-down-Prinzips*. Zum einen zeigt bereits ein einfaches, also reduziertes chaotisches dynamisches System infolge seiner teilweise hohen Empfindlichkeit gegenüber den Anfangswerten nichtvoraussagbare Wirkungen, womit es im Widerspruch zum klassischen Eindeutigkeitsprinzip steht. Zum anderen entziehen sich viele komplexe Systeme einer Analyse, die auf einer Zerlegung in deren Einzelteile beruht. Um komplexe Systeme dennoch erfolgversprechend untersuchen zu können, bietet sich als Ausweg die Umkehrung des *Top-down-Prinzips* an. Man nennt sie das *Botom-up-Prinzip*, das auch als *induktive Methode* bezeichnet werden kann.

3.23 Zur Lösung solch komplexer Systeme wie Wettererscheinungen, turbulente Strömungen von Flüssigkeiten, aerodynamische Schwingungen weitgespannter Hängebrücken, Erdbebenwellen im inelastischen Halbraum, Grundwasserbewegungen im Boden, u. v. a. m. werden nichtlineare partielle Differenzialgleichungssysteme benötigt, die selbst mit leistungsfähigen Großrechnern außerordentlich schwer lösbar sind. Eine bemerkenswerte Alternative stellen die zellulären Automaten dar *(Abschnitt 6)*.

3.24 Zelluläre Automaten sind mathematische Minimalmodelle, in denen mittels simpler Regeln (Vorschriften) die Wechselwirkungen benachbarter Zellen beschrieben werden. Diese Zuordnungen gelten gleichberechtigt für alle Zellen. Bemerkenswert ist, dass mit diesen sowohl reguläre, chaotische als auch komplexe Strukturen generiert werden können.

3.25 Die Entwicklung der zellulären Automaten geht auf Stanisław ULAM (1909-1984) und John von NEUMANN (1903-1957) zurück. Sie als Werkzeug zur Erforschung komplexer Systeme zu nutzen, ist das Verdienst von Steven WOLFRAM (*1959).

3.26 Der Prototyp eines einfachen zellulärer Automaten ist das Berechnungsmodell LIFE (1970) von John H. CONWAY (*1937), der 1968 begonnen hatte Experimente mit 2D-Vorschriften, anfänglich sogar mit Handrechnung, durchzuführen. Dank der Popularisierung durch Martin GARDNER in der Zeitschrift SCIENTIFIC AMERICAN wurde *"The Game of Life"* einer größeren Öffentlichkeit bekannt.

3.27 LIFE zeichnen die Merkmale aus, die für komplexe Systeme typisch sind: die Emergenz infolge Unvorhersehbarkeit, die Vielschichtigkeit sowie die Vielfalt von raumzeitlich teils irregulären, teils geordneten Mustern.