

Praktikum

Grundlagen der Elektrotechnik

Versuch:

Transformator

Versuchsanleitung

0. Allgemeines

Eine sinnvolle Teilnahme am Praktikum ist nur durch eine gute Vorbereitung auf dem jeweiligen Stoffgebiet möglich. Von den Teilnehmern wird daher eine intensive Beschäftigung mit der erforderlichen Theorie sowie mit der Aufgabenstellung bzw. ihrem Zweck vorausgesetzt.

Es gelten die allgemeinen Verhaltensvorschriften der Hochschule, insbesondere die

- Laborordnung des Fachbereiches Elektrotechnik
- und die
- Arbeitsordnung für das Praktikum „Grundlagen der Elektrotechnik“.

1. Versuchsziel

Untersuchung des Betriebsverhaltens eines Einphasen-Leistungstransformators, der Strom- und Spannungsübersetzung, der Leistungsverluste und des Wirkungsgrades. Kennen lernen der Wirkungsweise, des Ersatzschaltbildes und des Zeigerdiagramms eines technischen Transformators.

2. Grundlagen

2.1. Wirkungsweise des Transformators

Der Transformator besteht im Allgemeinen aus zwei galvanisch getrennten Wicklungen, die über das stromumgebende Magnetfeld miteinander gekoppelt sind. Die Spule, der die Leistung zugeführt wird, bezeichnet man als Primärwicklung w_1 die andere, Leistung abgebende Spule als Sekundärwicklung w_2 .

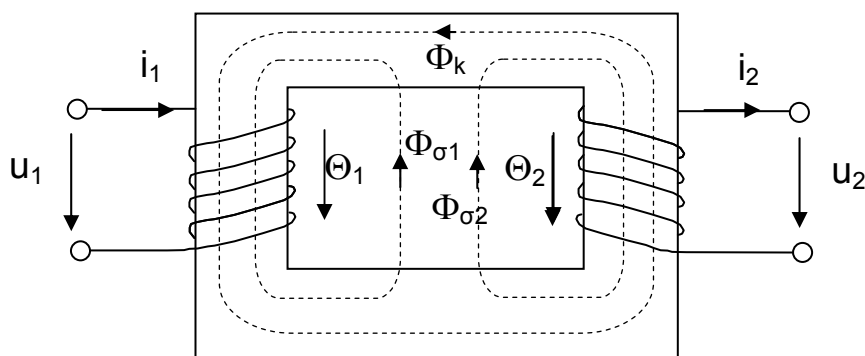


Abb.1 : Physikalische Größen und ihre Zählpfeilrichtung am Transformator

Im Leerlauf ist die Sekundärspule wirkungslos und der Transformator verhält sich wie eine Spule mit Eisenkern (vgl. Praktikumsanleitung "Magnetischer Kreis"). Aus dem Maschensatz für den Primärstromkreis erhält man unter Berücksichtigung des Induktionsgesetzes

$$u_1 = w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} + R_1 \cdot i_1 \quad (1)$$

Beim **idealen Transformator** ($R_{Cu} = 0$; $\kappa_{Fe} = 0$, $\mu_{Fe} = \infty$) kann der Spannungsabfall über dem Wicklungswiderstand R_{Cu} vernachlässigt werden und der gesamte in der Primärspule w_1 erzeugte Fluss Φ durchsetzt auch die Sekundärspule w_2 (Kopplungsfaktor $k = 1$).

Daraus ergibt sich bei sinusförmiger Erregung für die Beziehung zwischen den Amplituden der anliegenden Spannung und des Flusses direkte Proportionalität

$$\hat{u} = 2\pi f w \hat{\Phi} \quad (2)$$

und für das Spannungsübersetzungsverhältnis gilt:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = \ddot{u}. \quad (3)$$

Bei Belastung des Transformators fließt in der Sekundärwicklung der Strom I_2 , dessen Durchflutung den vorhandenen magnetischen Fluss Φ zu verkleinern sucht. Damit sinkt aber im Primärkreis die induzierte Gegenspannung u_i und das Spannungsgleichgewicht wird gestört, so dass der Primärstrom I_1 anwächst, bis u_i im Primärkreis der Speisespannung wieder das Gleichgewicht hält.

Aus der Bedingung, dass beim idealen Transformator die zugeführte elektrische Leistung gleich der abgegebenen sein muss,

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2, \quad (4)$$

erhält man für dessen Stromübersetzungsverhältnis

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\ddot{u}}. \quad (5)$$

Im **realen Transformator** tritt jedoch auf Grund der endlichen Permeabilität des Eisens und der (wenn auch schwachen) magnetischen Leitfähigkeit der Luft ein Streufluss Φ auf, (Koppelfaktor $k < 1$), und der ohmsche Widerstand R_{Cu} der Spulen sowie die Hysterese- und die Wirbelstromverluste bedingen, dass ein Teil der zugeführten elektrischen Leistung in Wärmeleistung umgesetzt wird, so dass obige Gleichungen nur Näherungen darstellen. Vorerst sollen jedoch auch weiterhin die Hysterese- und die Wirbelstromverluste unberücksichtigt bleiben.

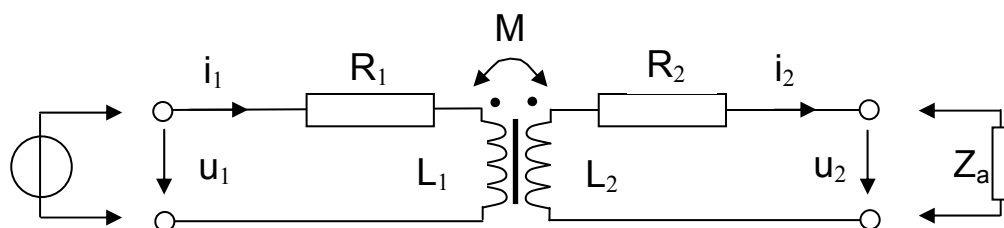


Abb. 2 : Elektrisches Schaltbild des Transformators

2.2. Transformatorgleichung

Aus dem Maschensatz ergeben sich die beiden Transformatorgleichungen:

$$\text{Primär:} \quad u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (6)$$

$$\text{Sekundär:} \quad u_2 = -i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (7)$$

Für sinusförmige Spannungen und Ströme lassen sich diese Gleichungen unter Benutzung der komplexen Rechnung vereinfachen zu

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 - j\omega M \cdot \underline{I}_2, \quad (8)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M \cdot \underline{I}_1 - (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}_2. \quad (9)$$

2.3. Ersatzschaltbild des Transformators

Das aus den physikalischen Zusammenhängen abgeleitete Schaltbild des Transformators (Abb.2) ermöglicht keinen schnellen Überblick über das Verhalten des Transformators im Betrieb, weil die Wirkung der Gegeninduktivität M nicht anschaulich zu erfassen ist.

Man arbeitet daher besser mit einem Ersatzschaltbild, dessen elektrisches Verhalten in allen Betriebsfällen der Originalschaltung entspricht, das also ebenfalls die Gleichungen (8) und (9) erfüllt, bei dem aber beide Spulen nicht mehr galvanisch getrennt sind. Unter den möglichen Vierpolgrundschaltungen legt man die T-Schaltung als einfachste dem Ersatzschaltbild zugrunde.

Bei der Aufstellung des Ersatzschaltbildes und des Zeigerdiagramms eines Transformators ist es zweckmäßig, die Größen der Sekundärseite auf die der Primärseite zu beziehen. Beim idealen Transformator sind dann die bezogenen Sekundärgrößen und die entsprechenden Primärgrößen gleich groß. Setzt man

$$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2 \quad (10)$$

und

$$\underline{I}'_2 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \underline{I}_2, \quad (11)$$

so erhält man aus den Gleichungen (8) und (9)

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 - j\omega M \cdot \underline{I}'_2 + \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}_1} - \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}_1} \\ \underline{U}'_2 &= j\omega M \cdot \underline{I}_1 - \ddot{u}^2 (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}'_2 + \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}'_2} - \mathbf{j\omega M \cdot \underline{I}'_2}, \end{aligned}$$

wobei die rechts stehenden, fett gedruckten Terme formal ergänzt wurden.

Durch Umstellen (unter Berücksichtigung der rechts hinzugefügten Terme) ergibt sich

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - \ddot{u}M) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2), \quad (12)$$

$$\underline{U}_2 = -\ddot{u}^2 R_2 \cdot \underline{I}'_2 - j\omega(\ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u}M) \cdot \underline{I}'_2 + j\omega M(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2). \quad (13)$$

Mit den Vereinfachungen

$$L_1 - \ddot{u}M = L_{\sigma 1} \quad (14) \qquad \ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u}M = L'_{\sigma 2} \quad (15)$$

$$\ddot{u}^2 R_2 = R'_2 \quad (16) \qquad \ddot{u}M = M' \quad (17)$$

wobei $L_{\sigma 1}$, und $L_{\sigma 2}'$ als primäre bzw. bezogene sekundäre Streuinduktivität bezeichnet werden, erhält man folgende Gleichungen:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{\sigma 1}) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M'(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2), \quad (18)$$

$$\underline{U}_2 = - (R'_2 + j\omega L_{\sigma 2}') \cdot \underline{I}'_2 + j\omega M'(\underline{I}_1 - \underline{I}'_2). \quad (19)$$

Dieses Gleichungssystem wird auch von der in Abb. 3 dargestellten Schaltung (noch ohne R_{Fe}) erfüllt, d.h. diese Schaltung hat die gleichen elektrischen Eigenschaften wie der Transformator und kann als Ersatzschaltbild verwendet werden.

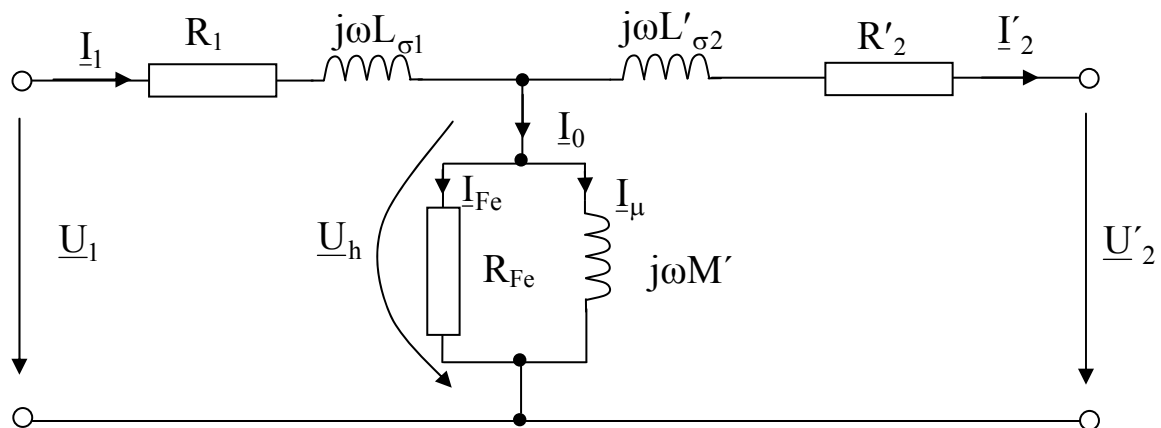


Abb. 3 Ersatzschaltbild des realen Transformators

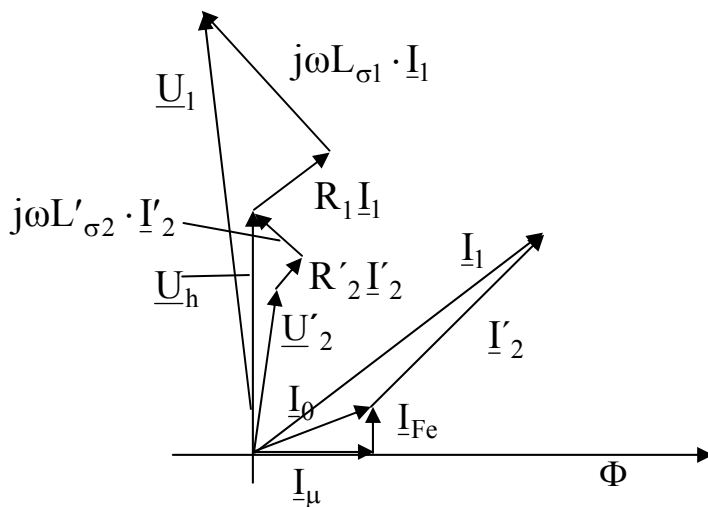


Abb. 4 Zeigerdiagramm bei Belastung

2.4. Berücksichtigung der Eisenverluste

Technische Transformatoren besitzen einen Eisenkern, in dem durch die induzierten Wirbelströme und die mechanische Arbeit beim Umklappen der Weißchen Bezirke zusätzliche Leistungsverluste auftreten, die in den Gleichungen (12) und (13) noch nicht berücksichtigt sind.

Da die Wirbelstromverluste P_{Fe} , dem Quadrat der Flussamplitude proportional sind und auch die Hystereseverluste P_{Hyst} eine ähnliche Abhängigkeit aufweisen, können beide zu den "Eisenverlusten" P_{Fe} zusammengefasst und im Ersatzschaltbild durch einen zur Gegeninduktivität M' parallel geschalteten Wirkwiderstand R_{Fe} berücksichtigt werden:

$$R_{Fe} = \frac{U_h^2}{P_{Fe}} \quad (20)$$

2.5 Betriebsverhalten des technischen Transformators

Spannungsübersetzung:

Infolge des Streuflusses Φ und der Spannungsabfälle über den Wicklungswiderständen ist die Sekundärspannung kleiner, als nach dem Windungszahlverhältnis zu erwarten wäre. Aus dem Maschensatz (vgl. Abb. 3) erhält man

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{\underline{ü}} \underline{U}_1 - \left[\frac{1}{\underline{ü}} (R_1 + j\omega L_{\sigma 1}) \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_{\sigma 2}) \underline{I}_2 \right] \quad (21)$$

Stromübersetzung:

Der Primärstrom I_1 ist um den Querstrom I_0 durch $M' \parallel R_{Fe}$, größer als der transformierte Sekundärstrom I'_2 . Für den technischen Transformator gilt daher

$$\underline{I}_1 = \frac{1}{\underline{ü}} \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \quad (22)$$

Wirkungsgrad η :

Wegen der Wirkverluste im Transformator ist $P_2 < P_1$. Der Wirkungsgrad ergibt sich zu

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \quad (23)$$

Ist U_1 konstant, sind der Fluss und folglich auch die "Eisenverluste" nahezu konstant, während die "Kupferverluste" quadratisch mit dem Belastungsstrom ansteigen. Der Transformator hat den größten Wirkungsgrad bei einer solchen Belastung, bei der die "Kupferverluste" gleich den "Eisenverlusten" sind.

2.6. Bestimmung der Elemente des Ersatzschaltbildes

Die Beträge der einzelnen Schaltelemente des Ersatzschaltbildes für den realen Transformator werden aus den im Leerlauf- und im Kurzschlussversuch auf der Primärseite gemessenen elektrischen Größen U_1 , I_1 und P_1 bestimmt.

Leerlaufversuch

Bei eingprägter Spannung U_1 sind der magnetische Fluss und damit auch die "Eisenverluste" des Transformators nahezu unabhängig von der Belastung. Da die Stromwärmeverluste in der Wicklung bei Leerlauf wegen des geringen Wertes des Leerlaufstromes vernachlässigt werden können, entspricht die vom unbelasteten Transformator bei Nennspannung aufgenommene Wirkleistung etwa den Eisenverlusten P_{Fe} , im Nennbetrieb. Da

$$(R_1 + j\omega L_{\sigma 1}) \ll R_{Fe} \parallel j\omega M' \quad (24)$$

ist, reduziert sich das Ersatzschaltbild für den Leerlauf auf den Querzweig, und aus der gemessenen Wirk- und Scheinleistung können die Schaltelemente: R_{Fe} , und M' in guter Näherung bestimmt werden.

Kurzschlussversuch

Schließt man einen Transformator sekundärseitig kurz und lässt auf der Primärseite den Nennstrom fließen, so bezeichnet man die dann anliegende Primärspannung als Kurzschlussspannung. Diese ist bedeutend kleiner als die primäre Nennspannung (3 ... 12 %) und bedingt daher auch nur einen geringen Fluss, so dass die Eisenverluste vernachlässigbar klein sind. Die im Kurzschlussfall aufgenommene Wirkleistung entspricht somit etwa den "Kupferverlusten" bei Nennbetrieb. Das Ersatzschaltbild vereinfacht sich in diesem Falle wesentlich, da der hochohmige Querzweig vernachlässigt werden kann. Für technische Transformatoren (primär- und sekundärseitig gleiches Wickelvolumen) kann man mit guter Näherung $R_1 = R'_2$ und $L_{\sigma 1} = L'_{\sigma 2}$ setzen, so dass aus der im Kurzschlussversuch aufgenommenen Wirk- und Scheinleistung die primär- und sekundärseitigen Wicklungswiderstände und Streuinduktivitäten bestimmt werden können.

3. Vorbereitungsaufgaben

- 3.1.** Bestimmen Sie allgemein den komplexen Eingangswiderstand $\underline{Z}_1 = \underline{U}_1 / \underline{I}_1$ eines idealen Transformators mit dem Übersetzungsverhältnis \ddot{u} , an dessen Sekundärspule der Belastungswiderstand $\underline{Z}_a = R_a + jX_a$ angeschlossen ist.
- 3.2.** Infolge der Isolation des Kupferdrahtes und seiner meist kreisförmigen Querschnittsfläche A_D wird das Wickelfenster A_W (von der Wicklung eingenommene Querschnittsfläche der Spule) nicht vollständig vom Drahtmaterial ausgefüllt. Man definiert als Kupferfüllfaktor $K_{Cu} = w \cdot A_D / A_W$.
Weisen Sie nach, dass bei gleichem Wickelfenster und gleichem Füllfaktor die Beziehung gilt: $R_1 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$.
- 3.3.** Beweisen Sie, dass der Transformatorwirkungsgrad η bei veränderlichem Belastungswiderstand dann sein Maximum hat, wenn $P_{Cu} = P_{Fe}$ ist!
(Hinweis: Gehen Sie von ohmscher Belastung aus und nehmen Sie näherungsweise $U_2 = \text{konstant}$ und $P_{Cu} = 2 \cdot I_2^2 \cdot R_2$ an).
- 3.4.** Für einen Kleinspannungstransformator mit

$$U_{1N}=220V; \quad I_{1N}=0,5A; \quad w_1:w_2=10:1$$

werden gemessen:

Leerlaufversuch: $I_{1L}=0,07A$ $P_{1L}= 8W$
 Kurzschlussversuch: $U_{1K}=50V$ $P_{1K}=15W$

- a) Ermitteln Sie die Kenngrößen des Ersatzschaltbildes (Abb. 3)!
- b) Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm aller Spannungen und Ströme für den Belastungsfall

$U_2=18V$ $I_2=4A$ $\cos\varphi_2 = 0,866$ (ind.)
 (Maßstab: $1V=0,5mm$ $1A=200mm$)!

- c) Zeichnen Sie in ein gemeinsames Diagramm die vereinfachten Zeigerbilder (Querzweig vernachlässigen, $R_1 + R'_2$ sowie $L_{\sigma 1}+L'_{\sigma 2}$ jeweils zusammenfassen) bei $U_1=220V$ $I_2=4A$ $\varphi_2=0^\circ, -45^\circ$ und $+45^\circ$ und bestimmen Sie U_2 für die drei Belastungsfälle (φ_2)!

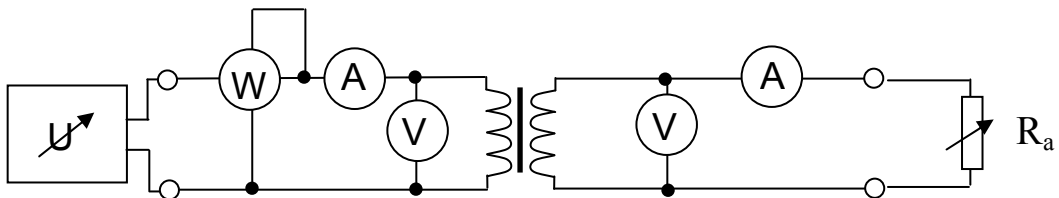


Abb. 5 Prinzipbild der Messschaltung am Versuchsplatz

4. Messaufgaben

- 4.1. Messen Sie im Leerlauf die Sekundärspannung U_2 , den Primärstrom I_1 und die Verlustleistung P_V in Abhängigkeit von der Primärspannung U_1 und stellen Sie diese graphisch dar für
- a) $w_1=600$ $w_2=600$ $l_L=0$,
b) $w_1=300$ $w_2=600$ $l_L=0$.
(l_L ... Luftspalt im Eisenkreis)
- 4.2. Überprüfen Sie anhand der Messwerte von 4.1. a) das quadratische Anwachsen der Eisenverluste P_{Fe} mit steigender Primärspannung U_1 !
Lösungshinweis: Ermittlung der Eisenverluste mit Hilfe von $P_V = P_{Fe} + P_{Cu} = P_{Fe} + R_1 I_1^2$, graphische Darstellung von $P_{Fe} = f(U_1^2)$!
- 4.3. Messen Sie im Leerlauf die Sekundärspannung U_2 und den Primärstrom I_1 in Abhängigkeit von der Primärspannung U_1 und stellen Sie diese graphisch dar für
 $w_1=600$, $w_2=600$, $l_L=2\text{mm}$.
Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Messungen von 4.1. a) und nennen Sie jeweils die Hauptursache für eventuelle Unterschiede!
- 4.4. Messen Sie bei primärseitiger Nennspannung $U_1=U_{1N}$ die Sekundärspannung U_2 , den Primärstrom I_1 und die primärseitig aufgenommene Wirkleistung P_1 in Abhängigkeit vom Sekundärstrom I_2 für
- a) $w_1=600$ $w_2=600$ $l_L=0$,
b) $w_1=1200$ $w_2=600$ $l_L=0$,
c) $w_1=600$ $w_2=600$ $l_L=2\text{mm}$.
Stellen Sie in Abhängigkeit von I_2 die Größen U_2/U_1 , I_1/I_2 , P_2 und den Wirkungsgrad η graphisch dar!
- 4.5. Bestimmen Sie für den Eisenkern ohne Luftspalt bei $w_1=w_2=600$ primärseitig den Strom I_1 , die Spannung U_1 und die aufgenommene Wirkleistung P_1
- a) im Leerlaufversuch $U_1=U_{1N}$,
b) im Kurzschlussversuch $I_1=I_{1N}$.
- 4.6. Bestimmen Sie aus den Ergebnissen der Messaufgabe 4.5. die Elemente des Ersatzschaltbildes R_1 , R'_2 , $\omega L'_{\sigma 1}$, $\omega L'_{\sigma 2}$, $\omega M'$ und R_{Fe} sowie die Kenngrößen L_1 , L_2 , M und den Kopplungsfaktor k !
- 4.7. Zeichnen Sie das maßstabsgerechte Zeigerdiagramm aller Spannungen und Ströme für den in Aufgabe 4.5. untersuchten Transformator bei ohmscher Belastung ($I_2=0,5\text{A}$; U_2 aus Messaufgabe 4.4. entnehmen)!
(Maßstab: $1\text{V}=2\text{mm}$ $1\text{A}=200\text{mm}$)